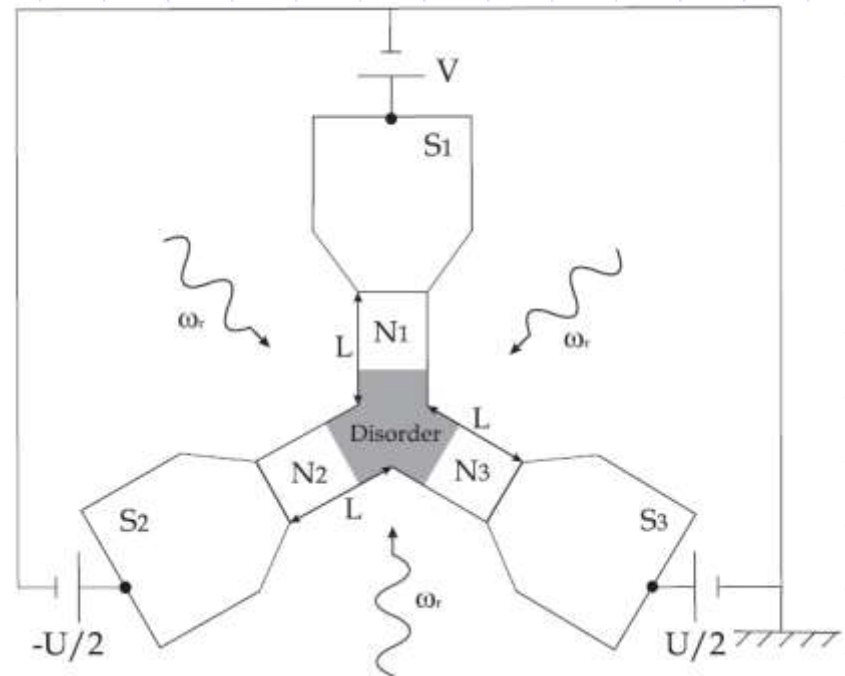


УВЕЛИЧЕНИЕ СТУПЕНЕЙ ТИПА ШАПИРО В МНОГОКОНТАКТНЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ СТРУКТУРАХ

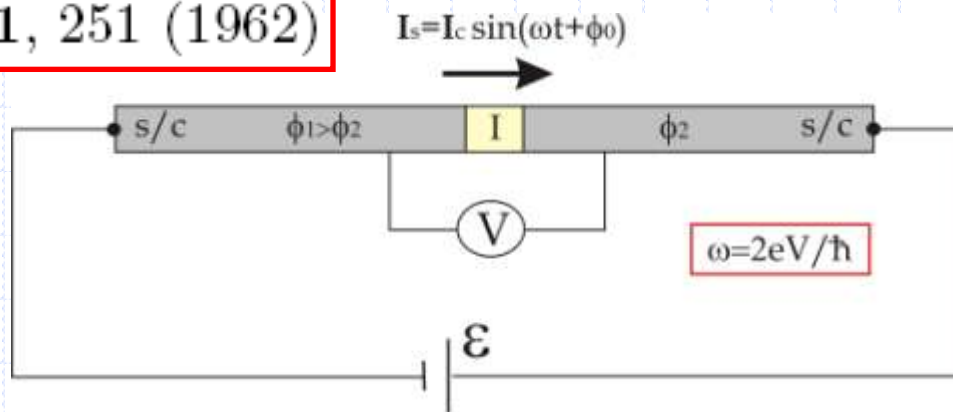
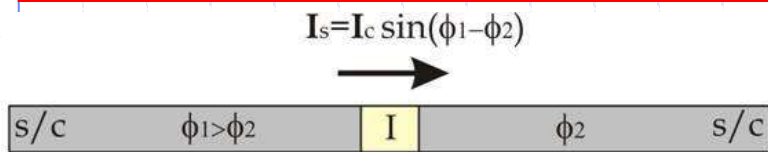
Д.А. Савинов

Благодарности:
А.С. Мельников,
С.В. Шаров



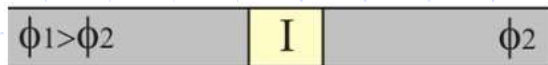
Эффекты Джозефсона

B. D. Josephson, Phys. Lett. 1, 251 (1962)



Типы джозефсоновских переходов

Туннельный контакт

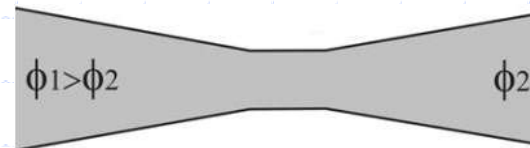


«SNS»-контакт



или
2DEG или графен

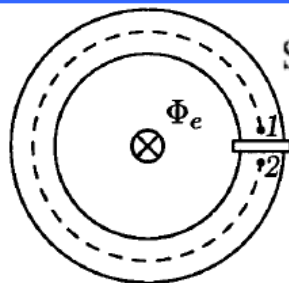
Сверхпроводник с сужением



«SFS» контакт



Л-контакт



SQUID (Superconducting Quantum Interference Device)

$\Delta B \sim 10^{-9} - 10^{-10}$ (Гс) $B_{Земли} \sim 1$ (Гс)!

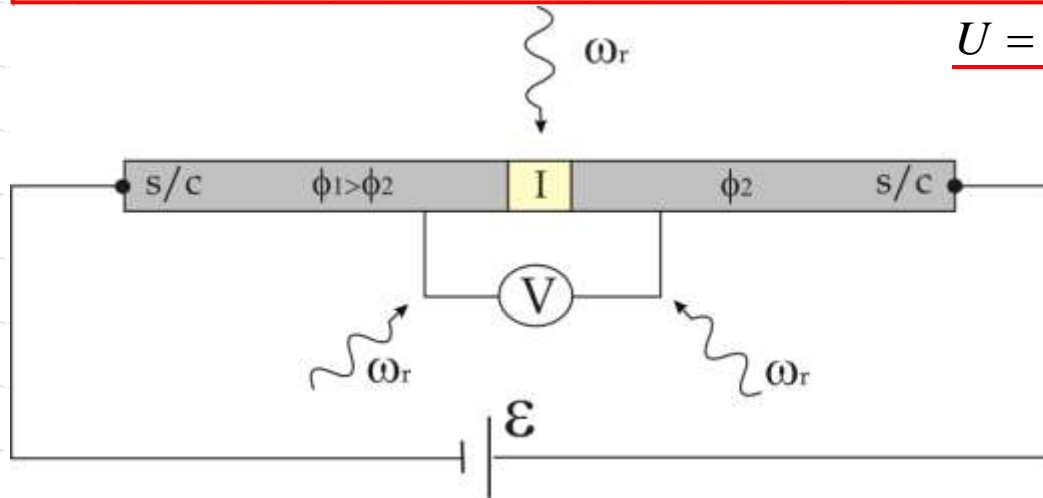
См. работы Barone, Paterno и Лихарева

Ступени Шапиро

S. Shapiro, Phys. Rev. Lett. 11, 80 (1963)

$$U = V + u \cos(\omega_r t) \quad a = 2eu / \hbar\omega_r$$

$$I_s = I_c \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(a) \sin[(\omega + k\omega_r)t + \phi_0]$$

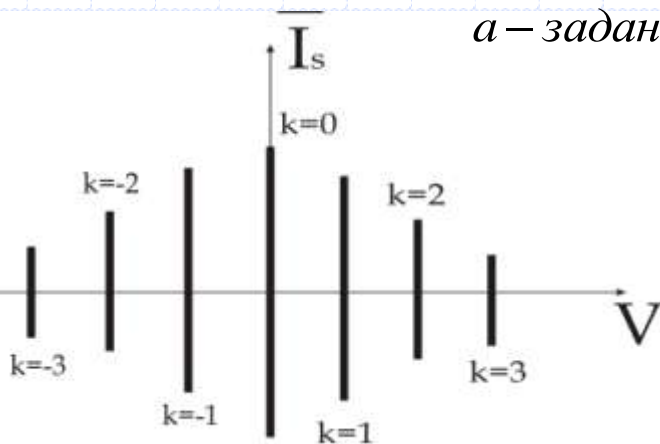
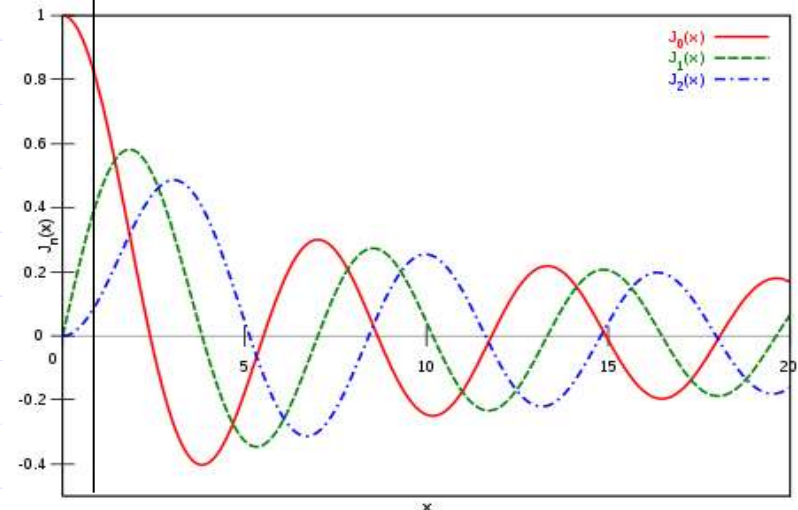


$$V_k = k\hbar\omega_r / 2e$$

$$\Delta(\bar{I}_s)_k = 2I_c J_k(a)$$

Bessel functions

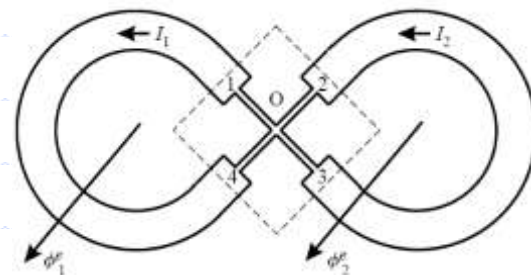
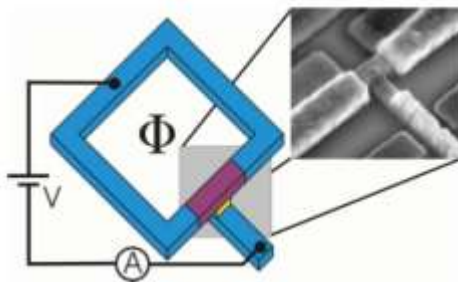
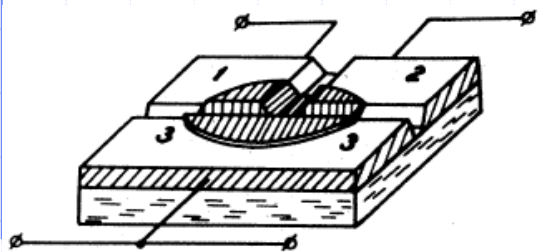
a – задано



Многоконтактные джозефсоновские структуры

1979-н.в.

Лихарев, Омелянчук, Рекола,
Галактионов, Заикин, Назаров и др.



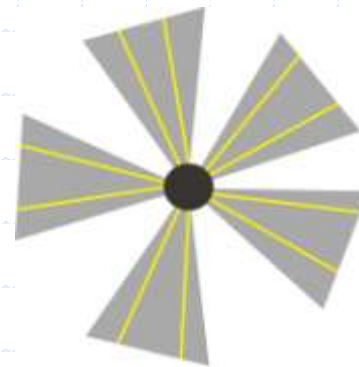
Почему это интересно?

- Нетривиальные ток-фазовые соотношения
- Индуцированные электрическим потенциалом ступени типа Шапиро
- ϕ -контакт
- Создание кубитов

ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМАЛИЗМА МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ К ТЕОРИИ ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ТРАНСПОРТА В МЕЗОСКОПИЧЕСКИХ МНОГОКОНТАКТНЫХ УЗЛАХ

Physica C 509 (2015) 22–28

- ◆ Теория Гинзбурга-Ландау
- ◆ Метод туннельного гамильтониана
- ◆ Модель Эйленбергера
- ◆ Модель Узаделя



Альтернативный подход

$$\begin{cases} \left(\begin{array}{cc} H & \Delta \\ \Delta^* & -H \end{array} \right) \Psi = \varepsilon \Psi \\ H = \mathbf{p}^2/2m^* - E_F \end{cases} \longrightarrow \varepsilon_p \longrightarrow I_l(\varepsilon_p)$$

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \hat{S}_0(\varepsilon) & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{S}_0^+(-\varepsilon) \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_0 = \begin{pmatrix} R_1 & T_{12} & \dots & T_{1N} \\ T_{21} & R_2 & \dots & T_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{N1} & T_{N2} & \dots & R_N \end{pmatrix}$$

$$\hat{S}_0 \hat{S}_0^+ = \hat{1}$$

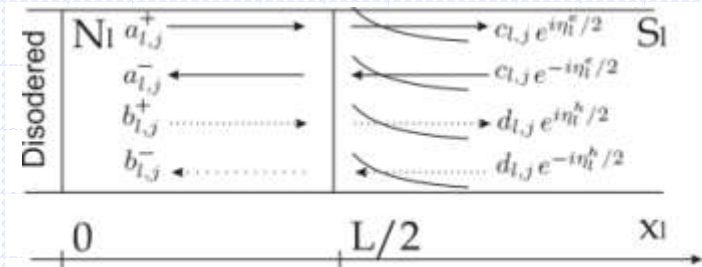
short-disordered-junction regime: $l \ll L \ll \xi$

n=2

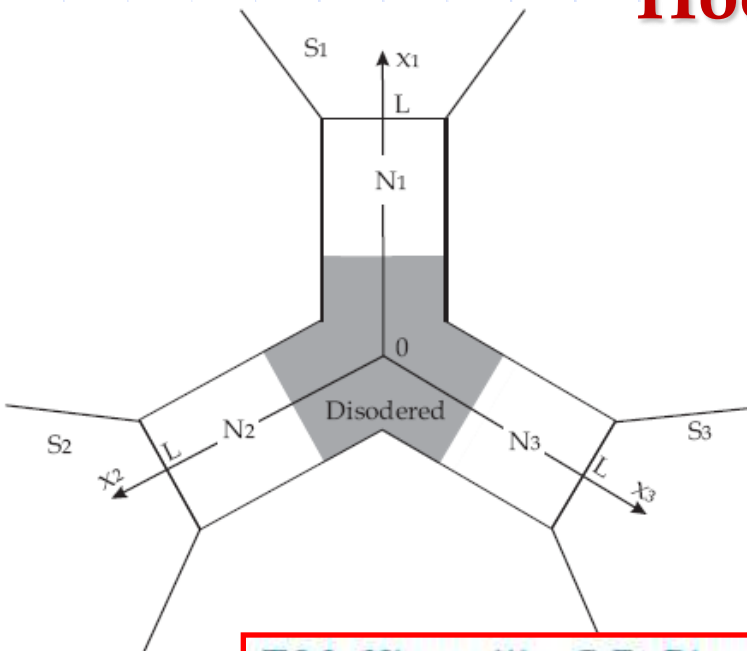
C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. 67, 3836 (1991).

Число подщелевых спектров зависит от четности каналов!

$$I_l = \frac{2e}{\hbar} \sum_{p=1}^m \sum_{k=1, k \neq l}^n \tanh(\varepsilon_p/2k_B\Theta) \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \phi_{lk}}$$



Постановка задачи



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta = \Delta_0 \exp(i\phi_l) \\ \mp U/2 \\ V \end{array} \right.$$

$$\text{MARS} \longrightarrow I(V, U)$$

T.M. Klapwijk, G.E. Blonder, M. Tinkham, Physica B 109 (1982) 1657.

J. Lantz, V.S. Shumeiko, E. Bratus, G. Wendin, Phys. Rev. B 65 (2002) 134523.

A.V. Galaktionov, A.D. Zaikin, L.S. Kuzmin, Phys. Rev. B 85 (2012) 224523.

R.-P. Riwarra, D.M. Badianec, M. Houzeta, J.S. Meyera, Y.V. Nazarov, Physica E 76 (2016) 231.

$$\boxed{2e\dot{\phi}_{kl}/\hbar = U_k - U_l} \left\{ \begin{array}{l} \phi_{kl} = \phi_k - \phi_l \\ U_1 = V \text{ and } U_{2,3} = \mp U/2 \end{array} \right.$$

Ток-фазовое соотношение

$$\omega_V, \omega_U \ll \tau_e^{-1} \begin{cases} \omega_V = 2 eV/\hbar \\ \omega_U = 2eU/\hbar \end{cases}$$

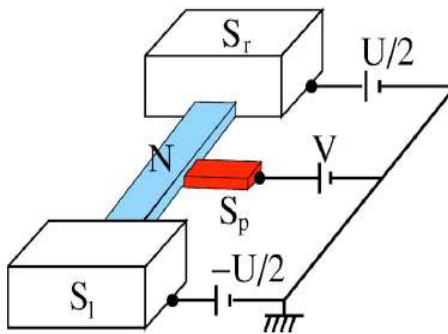
$$I_l = \frac{2e}{\hbar} \sum_{p=1}^m \sum_{k=1, k \neq l}^n \tanh(\varepsilon_p/2k_B\Theta) \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \phi_{lk}}$$

Multiple-mode regime

$$I_1 = I_{213} \sin(\phi_{21}) + I_{312} \sin(\phi_{31}) - I_{21} \sin(2\phi_{21}) - I_{31} \sin(2\phi_{31}) - 2I_{31}^{(21)} \sin(\phi_{21} + \phi_{31}) - I_{23}^{(21)} \sin(\phi_{21} + \phi_{23}) - I_{23}^{(31)} \sin(\phi_{31} - \phi_{23})$$

dirty limit
 $|T_{s_1 s_2}|^2 \sim O(\ell/L) \ll 1$
 $|T_{s_1 s_2}|^2 |T_{s_3 s_4}|^2 \sim O^2(\ell/L)$

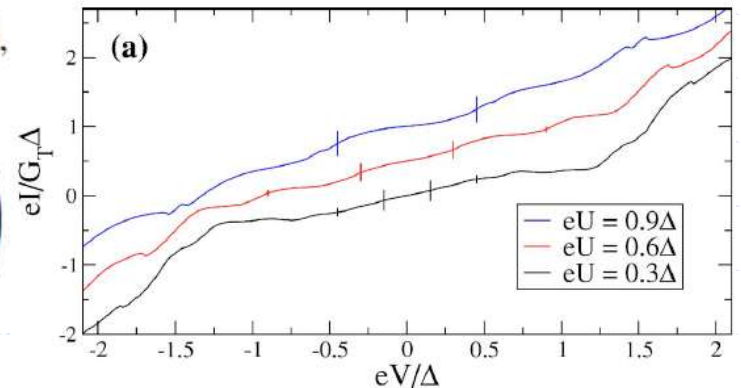
J.C. Cuevas, H. Pothier, Phys. Rev. B 75 (2007) 174513



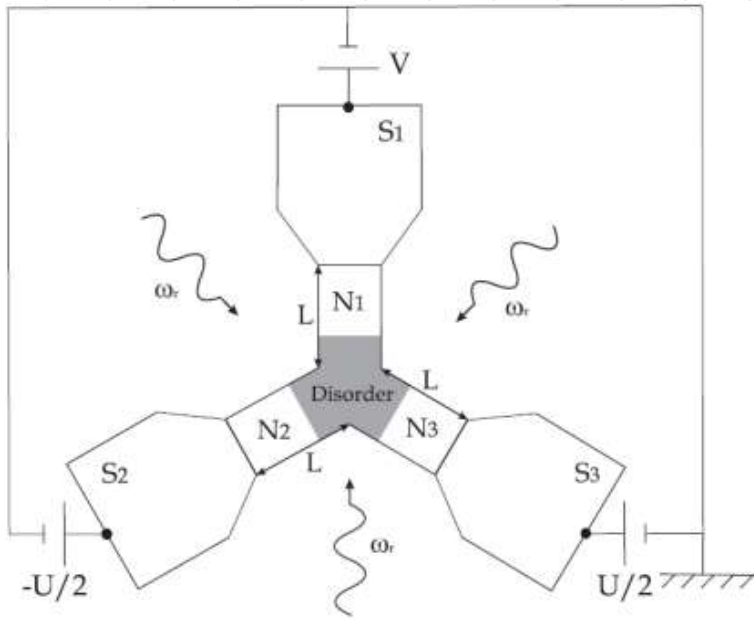
$$\frac{\hbar D}{\pi} \nabla (\check{\mathbf{G}} \circ \nabla \check{\mathbf{G}}) + \epsilon \hat{\tau}_3 \check{\mathbf{G}} - \check{\mathbf{G}} \hat{\tau}_3 \epsilon' = 0,$$

$$\check{\mathbf{G}} = \begin{pmatrix} \hat{G}^R & \hat{G}^K \\ 0 & \hat{G}^A \end{pmatrix}, \quad \hat{G}^R = \begin{pmatrix} G^R & \mathcal{F}^R \\ \tilde{\mathcal{F}}^R & \tilde{G}^R \end{pmatrix}$$

$$V = mU/2$$



Влияние внешнего излучения



$$U_{kl} = U_k - U_l + u_{kl} \cos(\omega_r t)$$

adiabatic regime \longrightarrow $\omega_u \ll \tau_e^{-1}$

$$\omega_u = 2eu_k/\hbar$$

$$\phi_{kl} = \omega_{kl}t + \tilde{\phi}_{kl} \sin(\omega_r t) + \phi_{kl}^{(0)}$$

$$\begin{cases} \omega_{kl} = 2e(U_k - U_l)/\hbar \\ \tilde{\phi}_{kl} = 2eu_{kl}/\hbar\omega_r \end{cases}$$

◆ Подстановка в ток-фазовое соотношение

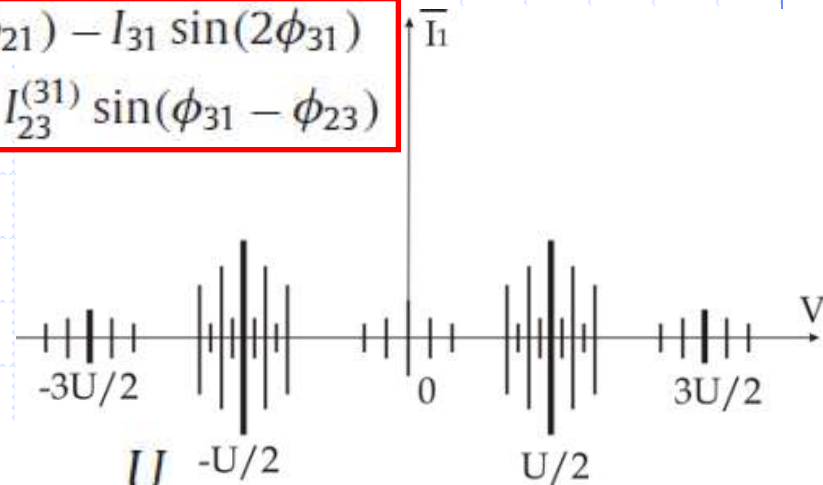
◆ $\cos[\tilde{\phi} \sin(\omega_r t)]$ и $\sin[\tilde{\phi} \sin(\omega_r t)] \longrightarrow$ разложение по функциям Бесселя

A. Barone, G. Paterno, Physics and Application Josephson Effect, John Wiley & Sons, New York, 1982.

Ступени типа Шапиро

$$I_1 = I_{213} \sin(\phi_{21}) + I_{312} \sin(\phi_{31}) - I_{21} \sin(2\phi_{21}) - I_{31} \sin(2\phi_{31}) - 2I_{31}^{(21)} \sin(\phi_{21} + \phi_{31}) - I_{23}^{(21)} \sin(\phi_{21} + \phi_{23}) - I_{23}^{(31)} \sin(\phi_{31} - \phi_{23})$$

$$\phi_{kl} = \omega_{kl}t + \tilde{\phi}_{kl} \sin(\omega_r t) + \phi_{kl}^{(0)}$$



1 Целые ступени

$$\omega_{1k} = \omega_r k_{1,2} \longrightarrow V_{1,2} = \frac{\hbar k_{1,2}}{2e} \omega_r \mp \frac{U}{2}$$

2 Полуцелые ступени

$$\omega_{1k} = \omega_r k_{3,4}/2 \longrightarrow V_{3,4} = \frac{\hbar k_{3,4}}{4e} \omega_r \mp \frac{U}{2}$$

3 Ступени на комбинационных частотах

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{12} + \omega_{13} = \omega_r k_5 \longrightarrow V_5 = \frac{\hbar k_5}{4e} \omega_r \\ \omega_{1k} \pm \omega_{32} = \omega_r k_{6,7} \longrightarrow V_{6,7} = \frac{\hbar k_{6,7}}{2e} \omega_r \mp \frac{3U}{2} \end{array} \right.$$

Увеличение ступеней типа Шапиро

$$V_{1,2} = \frac{\hbar\kappa_{1,2}}{2e}\omega_r \mp \frac{U}{2}$$

$$V_{3,4} = \frac{\hbar\kappa_{3,4}}{4e}\omega_r \mp \frac{U}{2}$$

$$V_5 = \frac{\hbar\kappa_5}{4e}\omega_r$$

$$V_{6,7} = \frac{\hbar\kappa_{6,7}}{2e}\omega_r \mp \frac{3U}{2}$$


$$U \sim \hbar\omega_r/2e$$

Суперпозиция ступеней разных серий



Рассмотрим вклад выпрямленного сверхтока I_1 в полный ток первого электрода при заданном напряжении V и типичных значениях потенциала U . Далее покажем, что этот вклад может существенно превышать соответствующую добавку в отсутствие внешнего излучения!

Увеличение нулевой ступени целой серии

$$\begin{aligned} V_{1,2} &= \frac{\hbar\kappa_{1,2}}{2e}\omega_r \mp \frac{U}{2} \\ V_{3,4} &= \frac{\hbar\kappa_{3,4}}{4e}\omega_r \mp \frac{U}{2} \\ V_5 &= \frac{\hbar\kappa_5}{4e}\omega_r \\ V_{6,7} &= \frac{\hbar\kappa_{6,7}}{2e}\omega_r \mp \frac{3U}{2} \end{aligned} \longrightarrow \begin{cases} V = -U/2 \\ \kappa_1 = 0 \end{cases} \begin{array}{l} \uparrow \bar{I}_1 \\ \downarrow \end{array}$$


$$U = \hbar\omega_r/2e \rightarrow V = -\hbar\omega_r/4e: \kappa_2 = 1, \kappa_5 = -1, \kappa_6 = 1, \text{ and } \kappa_7 = -2.$$

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{213} \sin(\phi_{21}) + I_{312} \sin(\phi_{31}) - I_{21} \sin(2\phi_{21}) - I_{31} \sin(2\phi_{31}) \\ &- 2I_{31}^{(21)} \sin(\phi_{21} + \phi_{31}) - I_{23}^{(21)} \sin(\phi_{21} + \phi_{23}) - I_{23}^{(31)} \sin(\phi_{31} - \phi_{23}) \end{aligned}$$

$$T_{s1s2} = T \longrightarrow I_{klq} = \frac{e\Delta_0}{2\hbar} \nu \left[\nu |T|^2 + \frac{5}{8} \nu^3 |T|^4 \right], \quad I_{kl} = I_{ql}^{(kl)} = \frac{e\Delta_0}{2\hbar} \frac{\nu^4 |T|^4}{8}$$

Увеличение нулевых ступеней целой серии

Рассмотрим для примера:

$$|T|^2 \nu^2 \ll 1$$



$$|T|^2 = 0.005 \text{ and } \nu = 10$$

$$\eta = \tilde{\Delta I}^{\max} / \Delta I^{\max}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta I^{\max} = \max |\Delta I_1| \\ \tilde{\Delta I}^{\max} = \max |\Delta I_1 + \Delta I_2 + \Delta I_5 + \Delta I_6 + \Delta I_7| \end{array} \right.$$

$$\kappa_1 = 0 \longrightarrow \eta \simeq 1.5$$

$$V = -U/2$$

В силу симметрии задачи: $\kappa_2 = 0 \longrightarrow \eta \simeq 1.5$

$$V_{1,2} = \frac{\hbar \kappa_{1,2}}{2e} \omega_r \mp \frac{U}{2}$$

$$V = U/2$$

Увеличение ступеней других серий

$$V_{1,2} = \frac{\hbar\kappa_{1,2}}{2e}\omega_r \mp \frac{U}{2}$$

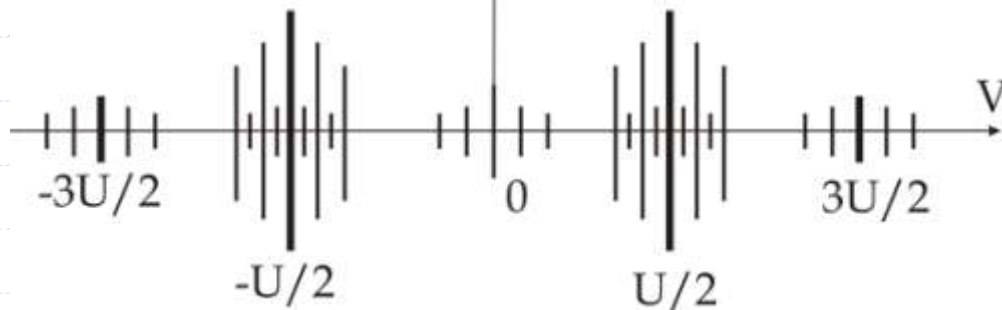
$$V_{3,4} = \frac{\hbar\kappa_{3,4}}{4e}\omega_r \mp \frac{U}{2}$$

$$V_5 = \frac{\hbar\kappa_5}{4e}\omega_r$$

$$V_{6,7} = \frac{\hbar\kappa_{6,7}}{2e}\omega_r \mp \frac{3U}{2}$$

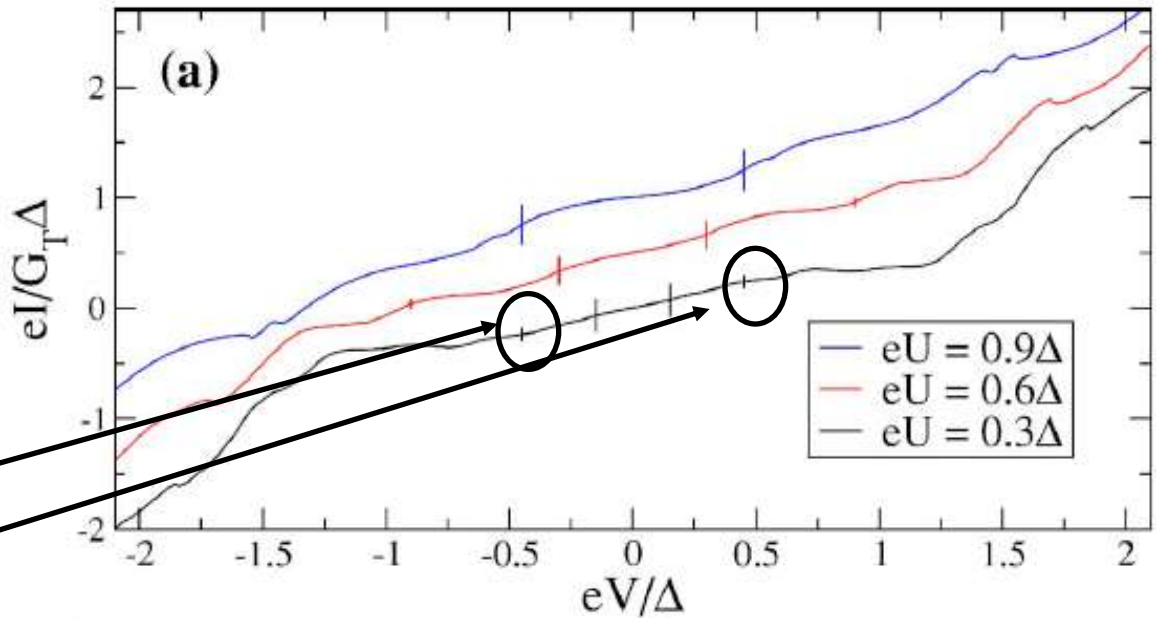
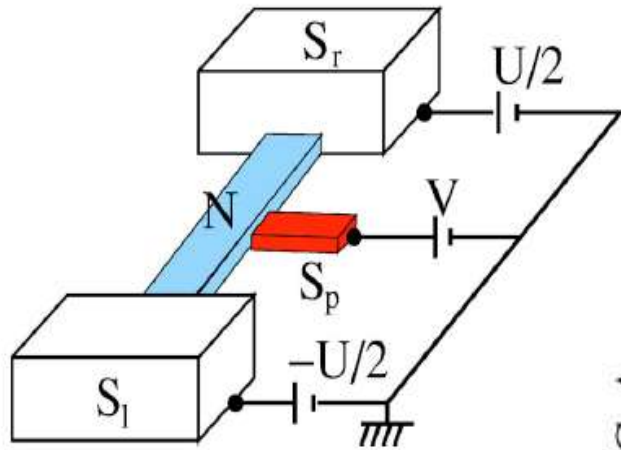
$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa_{6,7} = 0 \longrightarrow \eta \simeq 23 \\ V = \pm 3U/2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa_5 = 0 \longrightarrow \eta \simeq 25 \\ V = 0 \end{array} \right.$$



Заклучение

J.C. Cuevas, H. Pothier, Phys. Rev. B 75 (2007) 174513



**Возможность
визуализации
в эксперименте!**

Развитие многотерминальных систем сейчас (2016)

Multi-terminal Josephson junctions as topological matter

Roman-Pascal Riwar , Manuel Houzet, Julia S. Meyer & Yuli V. Nazarov

Nature Communications 7,
Article number: 11167 (2016)
[doi:10.1038/ncomms11167](https://doi.org/10.1038/ncomms11167)

[Download Citation](#)

Superconducting properties and materials

Received: 17 September 2015

Accepted: 26 February 2016

Published online: 04 April 2016

