Запутанные состояния в спин-орбитальных системах

А. В. Михеенков
ИФВД РАН
МФТИ

Содержание

История перепутанных состояний

DIE NATURWISSENSCHAFTEN

23. Jahrgang | 29. November 1935 | Heft 48

Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik.

Von E. SCHRÖDINGER, Oxford.

Inhaltsübersicht.

Gebilde, das sich mit der Zeit verändert, das verschiedene *Zustände* annehmen kann; und wenn ein Zustand durch die nötige Zahl von Bestimmungsstücken bekannt gemacht ist, so sind nicht nur alle anderen Stücke in diesem Augenblick mit gegeben (wie oben am Dreieck erläutert), sondern ganz ebenso alle Stücke, der genaue Zustand, zu jeder bestimmten späteren Zeit; ähnlich wie die Beschaffenheit eines Dreiecks an der Basis seine Beschaffenheit an der Spitze bestimmt. Es gehört mit zum inneren Gesetz des Gebildes, sich in bestimmter Weise zu verändern, das heißt, wenn es in einem bestimmten Anfangszustand sich selbst überlassen wird, eine bestimmte Folge von Zuständen kontinuierlich zu durchlaufen, deren jeden es zu ganz bestimmter Zeit erreicht. Das ist seine Natur, das ist die Hypothese, die man, wie ich oben sagte, auf Grund intuitiver Imagination setzt.

История перепутанных состояний

I этап (1935 год) — философски-методический

Дискуссия о локальности квантовой механики,
ее совместимости с СТО, скрытых параметрах и т.п.

Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik.

Von E. Schrödinger, Oxford.

Inhaltsübersicht.

Gebilde, das sich mit der Zeit verändert, das verschiedene *Zustände* annehmen kann; und wenn ein Zustand durch die nötige Zahl von Bestimmungsstücken bekannt gemacht ist, so sind nicht nur alle anderen Stücke in diesem Augenblick mit gegeben (wie oben am Dreieck erläutert), sondern ganz ebenso alle Stücke, der genaue Zustand, zu jeder bestimmten späteren Zeit; ähnlich wie die Beschaffenheit eines Dreiecks an der Basis seine Beschaffenheit an der Spitze bestimmt. Es gehört mit zum inneren Gesetz des Gebildes, sich in bestimmter Weise zu verändern, das heißt, wenn es in einem bestimmten Anfangszustand sich selbst überlassen wird, eine bestimmte Folge von Zuständen kontinuierlich zu durchlaufen, deren jeden es zu ganz bestimmter Zeit erreicht. Das ist seine Natur, das ist die Hypothese, die man, wie ich oben sagte, auf Grund intuitiver Imagination setzt.

Natürlich ist man nicht so einf…

История перепутанных состояний

I этап (1935 год) — философски-методический

Дискуссия о локальности квантовой механики,
ее совместимости с СТО, скрытых параметрах и т.п.

II этап (1964 год) — фотонно-математический

Неравенства Белла и их экспериментальная проверка

§ 1. Die Physik der Modelle.
§ 2. Die Statistik der Modellvariablen in der Quantenmechanik.
§ 3. Beispiele für Wahrscheinlichkeitsvoraussagen.
§ 4. Kann man der Theorie ideale Gesamtheiten unterlegen?
§ 5. Sind die Variablen wirklich verwaschen?
§ 6. Der bewußte Wechsel des erkenntnistheoretischen Standpunktes.
§ 7. Die ψ-Funktion als Katalog der Erwartung.
§ 8. Theorie des Messens, erster Teil.
§ 9. Die ψ-Funktion als Beschreibung des Zustandes.
§ 10. Theorie des Messens, zweiter Teil.
§ 11. Die Aufhebung der Verschränkung. Das Ergebnis abhängig vom Willen des Experimentators.
§ 12. Ein Beispiel.
§ 13. Fortsetzung des Beispiels: alle möglichen Messungen sind eindeutig verschränkt.
§ 14. Die Änderung der Verschränkung mit der Zeit.

schiedene *Zustände* annehmen kann; und wenn ein Zustand durch die nötige Zahl von Bestimmungsstücken bekannt gemacht ist, so sind nicht nur alle anderen Stücke in diesem Augenblick mit gegeben (wie oben am Dreieck erläutert), sondern ganz ebenso alle Stücke, der genaue Zustand, zu jeder bestimmten späteren Zeit; ähnlich wie die Beschaffenheit eines Dreiecks an der Basis seine Beschaffenheit an der Spitze bestimmt. Es gehört mit zum inneren Gesetz des Gebildes, sich in bestimmter Weise zu verändern, das heißt, wenn es in einem bestimmten Anfangszustand sich selbst überlassen wird, eine bestimmte Folge von Zuständen kontinuierlich zu durchlaufen, deren jeden es zu ganz bestimmter Zeit erreicht. Das ist seine Natur, das ist die Hypothese, die man, wie ich oben sagte, auf Grund intuitiver Imagination setzt.

История перепутанных состояний

I этап (1935 год) — философски-методический

Дискуссия о локальности квантовой механики,
ее совместимости с СТО, скрытых параметрах и т.п.

II этап (1964 год) — фотонно-математический

Неравенства Белла и их экспериментальная проверка

Важная оговорка

Перепутанные состояния $\neq$ Квантовая нелокальность

§ 1. Die Physik der Modelle.

§ 5. Sind die Variablen wirklich verwaschen?
§ 6. Der bewußte Wechsel des erkenntnistheoretischen Standpunktes.
§ 7. Die ψ-Funktion als Katalog der Erwartung.
§ 8. Theorie des Messens, erster Teil.
§ 9. Die ψ-Funktion als Beschreibung des Zustandes.
§ 10. Theorie des Messens, zweiter Teil.
§ 11. Die Aufhebung der Verschränkung. Das Ergebnis abhängig vom Willen des Experimentators.
§ 12. Ein Beispiel.
§ 13. Fortsetzung des Beispiels: alle möglichen Messungen sind eindeutig verschränkt.
§ 14. Die Änderung der Verschränkung mit der Zeit.

schiedene *Zustände* annehmen kann; und wenn

ganz ebenso alle Stücke, der genaue Zustand, zu jeder bestimmten späteren Zeit; ähnlich wie die Beschaffenheit eines Dreiecks an der Basis seine Beschaffenheit an der Spitze bestimmt. Es gehört mit zum inneren Gesetz des Gebildes, sich in bestimmter Weise zu verändern, das heißt, wenn es in einem bestimmten Anfangszustand sich selbst überlassen wird, eine bestimmte Folge von Zuständen kontinuierlich zu durchlaufen, deren jeden es zu ganz bestimmter Zeit erreicht. Das ist seine Natur, das ist die Hypothese, die man, wie ich oben sagte, auf Grund intuitiver Imagination setzt.

История перепутанных состояний

I этап (1935 год) — философски-методический

Дискуссия о локальности квантовой механики, ее совместимости с СТО, скрытых параметрах и т.п.

II этап (1964 год) — фотонно-математический

Неравенства Белла и их экспериментальная проверка

Важная оговорка

Перепутанные состояния ≠ Квантовая нелокальность

III этап (1980-е) — квантово-информационный

Квантовая информация: квантовые вычисления, квантовая криптография, квантовый компьютер, квантовый интернет

§ 10. Theorie des Messens, zweiter Teil.
§ 11. Die Aufhebung der Verschränkung. Das Ergebnis abhängig vom Willen des Experimentators.
§ 12. Ein Beispiel.
§ 13. Fortsetzung des Beispiels: alle möglichen Messungen sind eindeutig verschränkt.
§ 14. Die Änderung der Verschränkung mit der Zeit.

überlassen wird, eine bestimmte Folge von Zuständen kontinuierlich zu durchlaufen, deren jeden es zu ganz bestimmter Zeit erreicht. Das ist seine Natur, das ist die Hypothese, die man, wie ich oben sagte, auf Grund intuitiver Imagination setzt.

История перепутанных состояний

I этап (1935 год) — философски-методический

Дискуссия о локальности квантовой механики, ее совместимости с СТО, скрытых параметрах и т.п.

II этап (1964 год) — фотонно-математический

Неравенства Белла и их экспериментальная проверка

Важная оговорка

Перепутанные состояния $\neq$ Квантовая нелокальность

III этап (1980-е) — квантово-информационный

Квантовая информация: квантовые вычисления, квантовая криптография, квантовый компьютер, квантовый интернет

IV этап (2000-е) атомно-твердотельный

Перепутанные состояния атомов, ионов; в конденсированной среде.

История перепутанных состояний

I этап (1935 год) — философски-методический

Дискуссия о локальности квантовой механики, ее совместимости с СТО, скрытых параметрах и т.п.

II этап (1964 год) — фотонно-математический

Неравенства Белла и их экспериментальная проверка

Важная оговорка

Перепутанные состояния $\neq$ Квантовая нелокальность

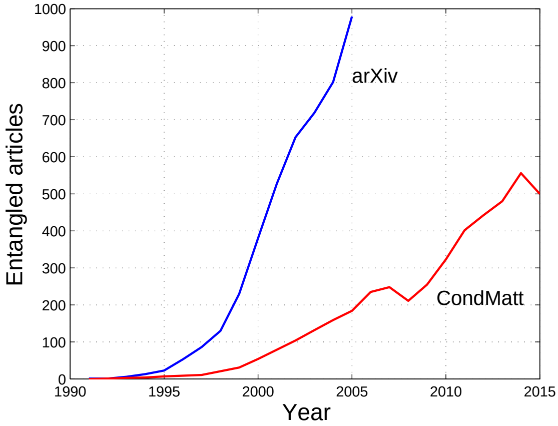
III этап (1980-е) — квантово-информационный

Квантовая информация: квантовые вычисления, квантовая криптография, квантовый компьютер, квантовый интернет

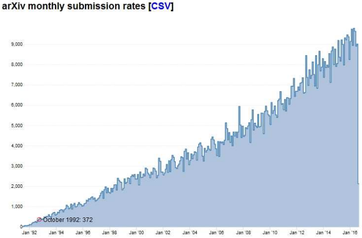
IV этап (2000-е) атомно-твердотельный

Перепутанные состояния атомов, ионов; в конденсированной среде. Они пришли к нам.

Современное состояние



Entanglement-статьи



Все статьи в arXiv.org

Координатно-импульсная формулировка

[9] M. F. Crawford and N. S. Grace, Phys. Rev. 47, 536 (1935).

Physics for the privilege of working here.

MAY 15, 1935 PHYSICAL REVIEW VOLUME 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

1.

ANY serious consideration of a physical theory must take into account the distinction between the objective reality, which is independent of any theory, and the physical concepts with which the theory operates. These concepts are intended to correspond with the

Whatever the meaning assigned to the term *complete*, the following requirement for a complete theory seems to be a necessary one: *every element of the physical reality must have a counterpart in the physical theory*. We shall call this the condition of completeness. The second question is thus easily answered, as soon as we are able to

Координатно-импульсная формулировка

[9] M. F. Crawford and N. S. Grace, Phys. Rev. 47, 536 (1935).

Physics for the privilege of working here.

Две величины, операторы которых не коммутируют, нельзя измерить одновременно; копенгагенская интерпретация

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

1.

ANY serious consideration of a physical theory must take into account the distinction between the objective reality, which is independent of any theory, and the physical concepts with which the theory operates. These concepts are intended to correspond with the

Whatever the meaning assigned to the term *complete*, the following requirement for a complete theory seems to be a necessary one: *every element of the physical reality must have a counterpart in the physical theory*. We shall call this the condition of completeness. The second question is thus easily answered, as soon as we are able to

Координатно-импульсная формулировка

[9] M. F. Crawford and N. S. Grace, Phys. Rev. **47**, 536 (1935).

Physics for the privilege of working here.

Две величины, операторы которых не коммутируют, нельзя измерить одновременно; копенгагенская интерпретация

это, например, координата и импульс: $[\widehat{x}, \widehat{p}] = i\hbar \Rightarrow \Delta x\, \Delta p \geqslant \hbar/2$

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

1.

Any serious consideration of a physical theory must take into account the distinction between the objective reality, which is independent of any theory, and the physical concepts with which the theory operates. These concepts are intended to correspond with the

Whatever the meaning assigned to the term *complete*, the following requirement for a complete theory seems to be a necessary one: *every element of the physical reality must have a counterpart in the physical theory*. We shall call this the condition of completeness. The second question is thus easily answered, as soon as we are able to

Координатно-импульсная формулировка

[9] M. F. Crawford and N. S. Grace, Phys. Rev. 47, 536 (1935).

Physics for the privilege of working here.

Две величины, операторы которых не коммутируют, нельзя измерить одновременно; копенгагенская интерпретация

это, например, координата и импульс: $[\widehat{x}, \widehat{p}] = i\hbar \Rightarrow \Delta x\, \Delta p \geqslant \hbar/2$

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

Частица C, $\mathbf{p}_C = 0$ в г.Бологое (Тверская область)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

1.

ANY serious consideration of a physical theory must take into account the distinction between the objective reality, which is independent of any theory, and the physical concepts with which the theory operates. These concepts are intended to correspond with the

Whatever the meaning assigned to the term *complete*, the following requirement for a complete theory seems to be a necessary one: *every element of the physical reality must have a counterpart in the physical theory*. We shall call this the condition of completeness. The second question is thus easily answered, as soon as we are able to

Координатно-импульсная формулировка

[9] M. F. Crawford and N. S. Grace, Phys. Rev. **47**, 536 (1935).

Physics for the privilege of working here.

Две величины, операторы которых не коммутируют, нельзя измерить одновременно; копенгагенская интерпретация

это, например, координата и импульс: $[\widehat{x}, \widehat{p}] = i\hbar \Rightarrow \Delta x\, \Delta p \geqslant \hbar/2$

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

Частица C, $\mathbf{p}_C = 0$ в г.Бологое (Тверская область)

далее распад на две $C \to A + B$; A летит в Москву, B — в СПБ

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

1.

ANY serious consideration of a physical theory must take into account the distinction between the objective reality, which is independent of any theory, and the physical concepts with which the theory operates. These concepts are intended to correspond with the

Whatever the meaning assigned to the term *complete*, the following requirement for a complete theory seems to be a necessary one: *every element of the physical reality must have a counterpart in the physical theory*. We shall call this the condition of completeness. The second question is thus easily answered, as soon as we are able to

Координатно-импульсная формулировка

[9] M. F. Crawford and N. S. Grace, Phys. Rev. 47, 536 (1935).

Physics for the privilege of working here.

Две величины, операторы которых не коммутируют, нельзя измерить одновременно; копенгагенская интерпретация

это, например, координата и импульс: $[\widehat{x}, \widehat{p}] = i\hbar \Rightarrow \Delta x \, \Delta p \geqslant \hbar/2$

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

Частица C, $\mathbf{p}_C = 0$ в г.Бологое (Тверская область)

далее распад на две $C \to A + B$; A летит в Москву, B — в СПБ

In a complete theory there is an element corresponding ... quantum mechanics is not complete or (2) these two

Ждем, пока частицы долетят до столиц $\Rightarrow$ нет взаимодействия

one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in ... that the description of reality as given by a wave function is not complete.

1.

ANY serious consideration of a physical theory must take into account the distinction between the objective reality, which is independent of any theory, and the physical concepts with which the theory operates. These concepts are intended to correspond with the

Whatever the meaning assigned to the term *complete*, the following requirement for a complete theory seems to be a necessary one: *every element of the physical reality must have a counterpart in the physical theory*. We shall call this the condition of completeness. The second question is thus easily answered, as soon as we are able to

Координатно-импульсная формулировка

[9] M. F. Crawford and N. S. Grace, Phys. Rev. 47, 536 (1935).

Physics for the privilege of working here.

Две величины, операторы которых не коммутируют, нельзя измерить одновременно; копенгагенская интерпретация

это, например, координата и импульс: $[\widehat{x}, \widehat{p}] = i\hbar \Rightarrow \Delta x\, \Delta p \geqslant \hbar/2$

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

Частица C, $\mathbf{p}_C = 0$ в г.Бологое (Тверская область)

далее распад на две $C \to A + B$; A летит в Москву, B — в СПБ

In a complete theory there is an element corresponding ... quantum mechanics is not complete or (2) these two

Ждем, пока частицы долетят до столиц $\Rightarrow$ нет взаимодействия

одновременно измеряем импульс в Москве и координату в Петербурге

one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in ... that the description of reality as given by a wave function is not complete.

1.

ANY serious consideration of a physical theory must take into account the distinction between the objective reality, which is independent of any theory, and the physical concepts with which the theory operates. These concepts are intended to correspond with the

Whatever the meaning assigned to the term *complete*, the following requirement for a complete theory seems to be a necessary one: *every element of the physical reality must have a counterpart in the physical theory*. We shall call this the condition of completeness. The second question is thus easily answered, as soon as we are able to

Координатно-импульсная формулировка

Две величины, операторы которых не коммутируют, нельзя измерить одновременно; копенгагенская интерпретация

это, например, координата и импульс: $[\widehat{x}, \widehat{p}] = i\hbar \Rightarrow \Delta x\, \Delta p \geqslant \hbar/2$

Частица C, $\mathbf{p}_C = 0$ в г.Бологое (Тверская область)

далее распад на две $C \to A + B$; A летит в Москву, B — в СПБ

Ждем, пока частицы долетят до столиц $\Rightarrow$ нет взаимодействия

одновременно измеряем импульс в Москве и координату в Петербурге

Закон сохранения импульса $\mathbf{p}_B = -\mathbf{p}_A$

Координатно-импульсная формулировка

Две величины, операторы которых не коммутируют, нельзя измерить одновременно; копенгагенская интерпретация

это, например, координата и импульс: $[\widehat{x}, \widehat{p}] = i\hbar \Rightarrow \Delta x \, \Delta p \geqslant \hbar/2$

Частица C, $\mathbf{p}_C = 0$ в г.Бологое (Тверская область)

далее распад на две $C \to A + B$; A летит в Москву, B — в СПБ

Ждем, пока частицы долетят до столиц $\Rightarrow$ нет взаимодействия

одновременно измеряем импульс в Москве и координату в Петербурге

Закон сохранения импульса $\mathbf{p}_B = -\mathbf{p}_A$

$\Rightarrow$ одновременно узнали обе величины в Петербурге

Координатно-импульсная формулировка

Две величины, операторы которых не коммутируют, нельзя измерить одновременно; копенгагенская интерпретация

это, например, координата и импульс: $[\widehat{x}, \widehat{p}] = i\hbar \Rightarrow \Delta x \, \Delta p \geqslant \hbar/2$

Частица C, $\mathbf{p}_C = 0$ в г.Бологое (Тверская область)

далее распад на две $C \to A + B$; A летит в Москву, B — в СПБ

Ждем, пока частицы долетят до столиц $\Rightarrow$ нет взаимодействия

одновременно измеряем импульс в Москве и координату в Петербурге

Закон сохранения импульса $\mathbf{p}_B = -\mathbf{p}_A$

$\Rightarrow$ одновременно узнали обе величины в Петербурге

Нарушен постулат квантовой механики о некоммутирующих

Координатно-импульсная формулировка

Две величины, операторы которых не коммутируют, нельзя измерить одновременно; копенгагенская интерпретация

это, например, координата и импульс: $[\widehat{x}, \widehat{p}] = i\hbar \Rightarrow \Delta x\, \Delta p \geqslant \hbar/2$

Частица C, $\mathbf{p}_C = 0$ в г.Бологое (Тверская область)

далее распад на две $C \to A + B$; A летит в Москву, B — в СПБ

Ждем, пока частицы долетят до столиц $\Rightarrow$ нет взаимодействия

одновременно измеряем импульс в Москве и координату в Петербурге

Закон сохранения импульса $\mathbf{p}_B = -\mathbf{p}_A$

$\Rightarrow$ одновременно узнали обе величины в Петербурге

Нарушен постулат квантовой механики о некоммутирующих

Самое существенно — косвенное измерение характеристики частицы

Спиновая формулировка

Спиновая формулировка

Спиновая формулировка парадокса ЭПР

Спиновая формулировка

Спиновая формулировка парадокса ЭПР

Частица в Бологом с $S=0$ распадается на две со спином $S=1/2$

Спиновая формулировка

Спиновая формулировка парадокса ЭПР

Частица в Бологом с $S = 0$ распадается на две со спином $S = 1/2$

Далее аналогичные рассуждения, спины антикоррелированы

это состояние Эйнштейна-Подольского-Розена, ЭПР-пара

Спиновая формулировка

Спиновая формулировка парадокса ЭПР

Частица в Бологом с $S = 0$ распадается на две со спином $S = 1/2$

Далее аналогичные рассуждения, спины антикоррелированы

это состояние Эйнштейна-Подольского-Розена, ЭПР-пара

Две частицы — 1 и 2 — со спином $1/2$. Синглет и триплет.

Спиновая формулировка

Спиновая формулировка парадокса ЭПР

Частица в Бологом с $S = 0$ распадается на две со спином $S = 1/2$

Далее аналогичные рассуждения, спины антикоррелированы

это состояние Эйнштейна-Подольского-Розена, ЭПР-пара

Две частицы — 1 и 2 — со спином $1/2$. Синглет и триплет.

$$\Psi_{S=1,S_z=+1} = \uparrow_1\uparrow_2$$

$$\Psi_{S=1,S_z=0} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\uparrow_1\downarrow_2 + \downarrow_1\uparrow_2\right)$$

$$\Psi_{S=1,S_z=-1} = \downarrow_1\downarrow_2$$

Спиновая формулировка

Спиновая формулировка парадокса ЭПР

Частица в Бологом с $S = 0$ распадается на две со спином $S = 1/2$

Далее аналогичные рассуждения, спины антикоррелированы

это состояние Эйнштейна-Подольского-Розена, ЭПР-пара

Две частицы — 1 и 2 — со спином $1/2$. Синглет и триплет.

$$\Psi_{S=1,S_z=+1} = \uparrow_1\uparrow_2$$

$$\Psi_{S=1,S_z=0} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\uparrow_1\downarrow_2 + \downarrow_1\uparrow_2\right)$$

$$\Psi_{S=1,S_z=-1} = \downarrow_1\downarrow_2$$

$$\Psi_{S=0,S_z=0} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\uparrow_1\downarrow_2 - \downarrow_1\uparrow_2\right)$$

Эффекты Ааронова-Бома и Брауна-Твисса

Эффекты Ааронова-Бома и Брауна-Твисса

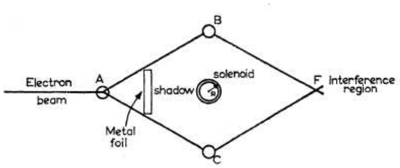


FIG. 2. Schematic experiment to demonstrate interference with time-independent vector potential.

Эффекты Ааронова-Бома и Брауна-Твисса

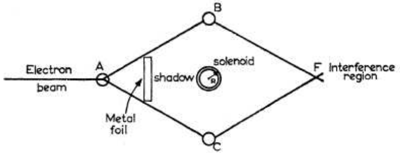


FIG. 2. Schematic experiment to demonstrate interference with time-independent vector potential.

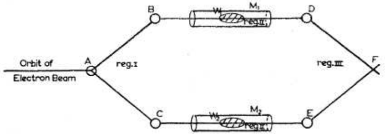


FIG. 1. Schematic experiment to demonstrate interference with time-dependent scalar potential. A, B, C, D, E: suitable devices to separate and divert beams. W_1, W_2: wave packets. M_1, M_2: cylindrical metal tubes. F: interference region.

Векторный потенциал $\mathbf{A}$

Скалярный потенциал φ

Эффекты Ааронова-Бома и Брауна-Твисса

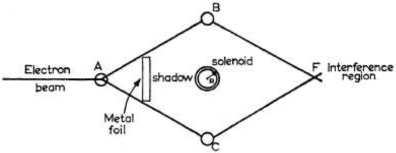


FIG. 2. Schematic experiment to demonstrate interference with time-independent vector potential.

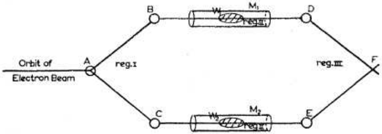


FIG. 1. Schematic experiment to demonstrate interference with time-dependent scalar potential. A, B, C, D, E: suitable devices to separate and divert beams. W_1, W_2: wave packets. M_1, M_2: cylindrical metal tubes. F: interference region.

Векторный потенциал $\mathbf{A}$

Скалярный потенциал φ

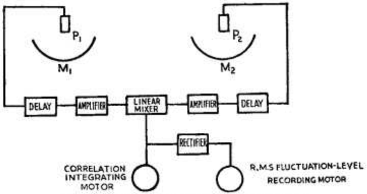


Fig. 1. Simplified diagram of the apparatus

Некогерентные источники

Эффекты Ааронова-Бома и Брауна-Твисса

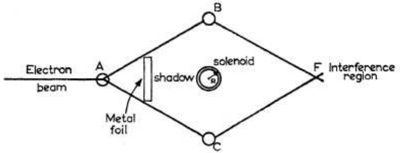


FIG. 2. Schematic experiment to demonstrate interference with time-independent vector potential.

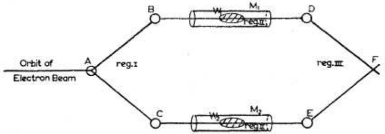


FIG. 1. Schematic experiment to demonstrate interference with time-dependent scalar potential. A, B, C, D, E: suitable devices to separate and divert beams. W_1, W_2: wave packets. M_1, M_2: cylindrical metal tubes. F: interference region.

Векторный потенциал $\mathbf{A}$

Скалярный потенциал φ

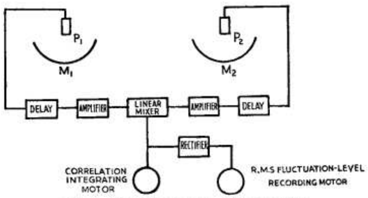


Fig. 1. Simplified diagram of the apparatus

Некогерентные источники

Aharonov Y., Bohm, D.,
Phys. Rev. **115**, 485, 1959;
Phys. Rev. **123**, 1511, 1961;
Phys. Rev. **130**, 1625, 1963

Brown R. H., Twiss R.Q.,
Nature, **178**, 1046, 1956;
Proc. R. Soc. A, **242**, 300, 1957;
Proc. R. Soc. A, **248**, 199, 1958.

Эффекты Ааронова-Бома и Брауна-Твисса

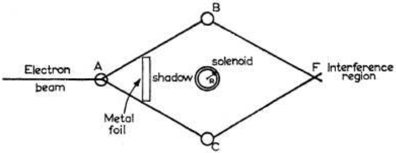


FIG. 2. Schematic experiment to demonstrate interference with time-independent vector potential.

Векторный потенциал **A**

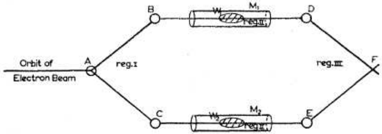


FIG. 1. Schematic experiment to demonstrate interference with time-dependent scalar potential. A, B, C, D, E: suitable devices to separate and divert beams. W_1, W_2: wave packets. M_1, M_2: cylindrical metal tubes. F: interference region.

Скалярный потенциал φ

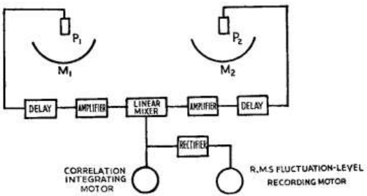


Fig. 1. Simplified diagram of the apparatus

Некогерентные источники

Aharonov Y., Bohm, D.,
Phys. Rev. **115**, 485, 1959;
Phys. Rev. **123**, 1511, 1961;
Phys. Rev. **130**, 1625, 1963

Brown R. H., Twiss R.Q.,
Nature, **178**, 1046, 1956;
Proc. R. Soc. A, **242**, 300, 1957;
Proc. R. Soc. A, **248**, 199, 1958.

Эксперименты по проверке неравенств Белла (1970-е ...)

Нелокальность квантовой механики

Ф.Гойя "Сон разума рождает чудовищ" (1797)

Нелокальность квантовой механики

Ф.Гойя "Сон разума рождает чудовищ" (1797)
А.Эйнештейн "Spooky action at a distance" (1935)

Нелокальность квантовой механики

Многочисленные теории, сохраняющие "локальный реализм"

Ф.Гойя "Сон разума рождает чудовищ" (1797)
А.Эйнештейн "Spooky action at a distance" (1935)

Нелокальность квантовой механики

Многочисленные теории, сохраняющие "локальный реализм"

Перепутанные состояния $\neq$ Квантовая нелокальность

Ф.Гойя "Сон разума рождает чудовищ" (1797)
А.Эйнештейн "Spooky action at a distance" (1935)

Классические корреляции — общее прошлое

Классические корреляции — общее прошлое

Близнецы

←

The Cholmondeley Ladies
('Chumley'), 1600–1610,
Tate Gallery

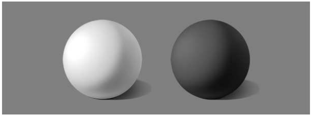
Классические корреляции — общее прошлое

Близнецы

←

The Cholmondeley Ladies
('Chumley'), 1600–1610,
Tate Gallery

Шары в ящиках



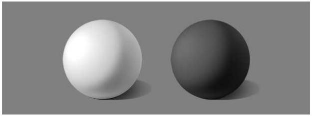
Классические корреляции — общее прошлое

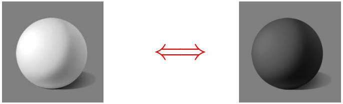
Близнецы

$\leftarrow$

The Cholmondeley Ladies ('Chumley'), 1600–1610, Tate Gallery

Шары в ящиках





Неравенства Белла 1

Частица характеризуется величинами $A = \pm 1$, $B = \pm 1$, $C = \pm 1$.
В квантовой механике — некоммутирующие операторы $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$.

Неравенства Белла 1

Частица характеризуется величинами $A = \pm 1$, $B = \pm 1$, $C = \pm 1$.
В квантовой механике — некоммутирующие операторы $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$.
Ансамбль таких частиц. $A^+ \Rightarrow A = 1$, $A^- \Rightarrow A = -1$ и т.д.
Идем по "треугольнику" ABC.

Неравенства Белла 1

Частица характеризуется величинами $A = \pm 1$, $B = \pm 1$, $C = \pm 1$.
В квантовой механике — некоммутирующие операторы $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$.
Ансамбль таких частиц. $A^+ \Rightarrow A = 1$, $A^- \Rightarrow A = -1$ и т.д.
Идем по "треугольнику" ABC.

$$N(A^+B^-) = N(A^+B^-C^+) + N(A^+B^-C^-)$$

Неравенства Белла 1

Частица характеризуется величинами $A = \pm 1$, $B = \pm 1$, $C = \pm 1$.
В квантовой механике — некоммутирующие операторы $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$.
Ансамбль таких частиц. $A^{+} \Rightarrow A = 1$, $A^{-} \Rightarrow A = -1$ и т.д.
Идем по "треугольнику" ABC.

$$N(A^{+}B^{-}) = N(A^{+}B^{-}C^{+}) + N(A^{+}B^{-}C^{-})$$

$$N(B^{-}C^{+}) = N(A^{+}B^{-}C^{+}) + N(A^{-}B^{-}C^{+})$$
$$N(A^{+}C^{-}) = N(A^{+}B^{+}C^{-}) + N(A^{+}B^{-}C^{-})$$

Неравенства Белла 1

Частица характеризуется величинами $A = \pm 1$, $B = \pm 1$, $C = \pm 1$.
В квантовой механике — некоммутирующие операторы $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$.
Ансамбль таких частиц. $A^+ \Rightarrow A = 1$, $A^- \Rightarrow A = -1$ и т.д.
Идем по "треугольнику" ABC.

$$N(A^+B^-) = N(A^+B^-C^+) + N(A^+B^-C^-)$$

$$N(B^-C^+) = N(A^+B^-C^+) + N(A^-B^-C^+)$$

$$N(A^+C^-) = N(A^+B^+C^-) + N(A^+B^-C^-)$$

$$N(B^-C^+) + N(A^+C^-) = \underline{N(A^+B^-C^+)} + N(A^-B^-C^+) + N(A^+B^+C^-) + \underline{N(A^+B^-C^-)}$$

Неравенства Белла 1

Частица характеризуется величинами $A=\pm 1$, $B=\pm 1$, $C=\pm 1$.
В квантовой механике — некоммутирующие операторы $\hat{A},\hat{B},\hat{C}$.
Ансамбль таких частиц. $A^+ \Rightarrow A=1$, $A^- \Rightarrow A=-1$ и т.д.
Идем по "треугольнику" ABC.

$$N(A^+B^-) = N(A^+B^-C^+) + N(A^+B^-C^-)$$

$$N(B^-C^+) = N(A^+B^-C^+) + N(A^-B^-C^+)$$

$$N(A^+C^-) = N(A^+B^+C^-) + N(A^+B^-C^-)$$

$$N(B^-C^+)+N(A^+C^-) = \underline{N(A^+B^-C^+)}+N(A^-B^-C^+)+N(A^+B^+C^-)+\underline{N(A^+B^-C^-)}$$

$$\Longrightarrow \quad N(A^+B^-) \le N(B^-C^+) + N(A^+C^-)$$

Это простейшее неравенство Белла.

Неравенства Белла 1

Частица характеризуется величинами $A = \pm 1$, $B = \pm 1$, $C = \pm 1$.
В квантовой механике — некоммутирующие операторы $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$.
Ансамбль таких частиц. $A^+ \Rightarrow A = 1$, $A^- \Rightarrow A = -1$ и т.д.
Идем по "треугольнику" ABC.

$$N(A^+B^-) = N(A^+B^-C^+) + N(A^+B^-C^-)$$

$$N(B^-C^+) = N(A^+B^-C^+) + N(A^-B^-C^+)$$
$$N(A^+C^-) = N(A^+B^+C^-) + N(A^+B^-C^-)$$

$$N(B^-C^+) + N(A^+C^-) = \underline{N(A^+B^-C^+)} + N(A^-B^-C^+) + N(A^+B^+C^-) + \underline{N(A^+B^-C^-)}$$

$$\Longrightarrow \quad N(A^+B^-) \leq N(B^-C^+) + N(A^+C^-)$$

Это простейшее неравенство Белла.

Эксперимент: Lamehi-Rachti, M. and Mittig, W., "Quantum mechanics and hidden variables: A test of Bell's inequality by the measurement of the spin correlation in low-energy proton-proton scattering", Phys. Rev. D, **14**, 2543 (1976).

Неравенства Белла 1

Частица характеризуется величинами $A = \pm 1$, $B = \pm 1$, $C = \pm 1$.
В квантовой механике — некоммутирующие операторы $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$.
Ансамбль таких частиц. $A^+ \Rightarrow A = 1$, $A^- \Rightarrow A = -1$ и т.д.
Идем по "треугольнику" ABC.

$$N(A^+B^-) = N(A^+B^-C^+) + N(A^+B^-C^-)$$

$$N(B^-C^+) = N(A^+B^-C^+) + N(A^-B^-C^+)$$

$$N(A^+C^-) = N(A^+B^+C^-) + N(A^+B^-C^-)$$

$$N(B^-C^+)+N(A^+C^-) = \underline{N(A^+B^-C^+)}+N(A^-B^-C^+)+N(A^+B^+C^-)+\underline{N(A^+B^-C^-)}$$

$$\Longrightarrow \quad N(A^+B^-) \leq N(B^-C^+) + N(A^+C^-)$$

Это простейшее неравенство Белла.

Эксперимент: Lamehi-Rachti, M. and Mittig, W., "Quantum mechanics and hidden variables: A test of Bell's inequality by the measurement of the spin correlation in low-energy proton-proton scattering", Phys. Rev. D, **14**, 2543 (1976).

Эффекты общего прошлого только усиливают неравенства Белла.

Неравенства Белла 2: форма Клаузера-Хорна-Шимони-Хольта*

Пусть есть 4 величины $A = \pm 1$, $A' = \pm 1$, $B = \pm 1$, $B' = \pm 1$
Тогда очевидно

$$AB + AB' + A'B - A'B' = \pm 2$$

Неравенства Белла 2: форма Клаузера-Хорна-Шимони-Хольта*

Пусть есть 4 величины $A = \pm 1$, $A' = \pm 1$, $B = \pm 1$, $B' = \pm 1$
Тогда очевидно

$$AB + AB' + A'B - A'B' = \pm 2$$

Например, это очевидно вот так:

$$AB + AB' + A'B - A'B' = A(B + B') + A'(B - B') = \pm 2$$

Неравенства Белла 2: форма Клаузера-Хорна-Шимони-Хольта*

Пусть есть 4 величины $A = \pm 1$, $A' = \pm 1$, $B = \pm 1$, $B' = \pm 1$
Тогда очевидно

$$AB + AB' + A'B - A'B' = \pm 2$$

Например, это очевидно вот так:

$$AB + AB' + A'B - A'B' = A(B + B') + A'(B - B') = \pm 2$$

Теперь сделаем из этих случайных величин средние

$$\left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} (A_n B_n + A_n B'_n + A'_n B_n - A'_n B'_n) \right| \leq 2$$

Неравенства Белла 2: форма Клаузера-Хорна-Шимони-Хольта*

Пусть есть 4 величины $A = \pm 1$, $A' = \pm 1$, $B = \pm 1$, $B' = \pm 1$
Тогда очевидно

$$AB + AB' + A'B - A'B' = \pm 2$$

Например, это очевидно вот так:

$$AB + AB' + A'B - A'B' = A(B + B') + A'(B - B') = \pm 2$$

Теперь сделаем из этих случайных величин средние

$$\left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} (A_n B_n + A_n B'_n + A'_n B_n - A'_n B'_n) \right| \leq 2$$

Получилось неравенство для вероятностей, корреляторов

$$\left| P(A,B) + P(AB') + P(A'B) - P(A'B') \right| \leq 2$$

где $P(A,B) = \lim\limits_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum\limits_{n=1}^{N} A_n B_n$

Неравенства Белла 2: форма Клаузера-Хорна-Шимони-Хольта*

Пусть есть 4 величины $A = \pm 1$, $A' = \pm 1$, $B = \pm 1$, $B' = \pm 1$
Тогда очевидно

$$AB + AB' + A'B - A'B' = \pm 2$$

Например, это очевидно вот так:

$$AB + AB' + A'B - A'B' = A(B + B') + A'(B - B') = \pm 2$$

Теперь сделаем из этих случайных величин средние

$$\left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} (A_n B_n + A_n B'_n + A'_n B_n - A'_n B'_n) \right| \leq 2$$

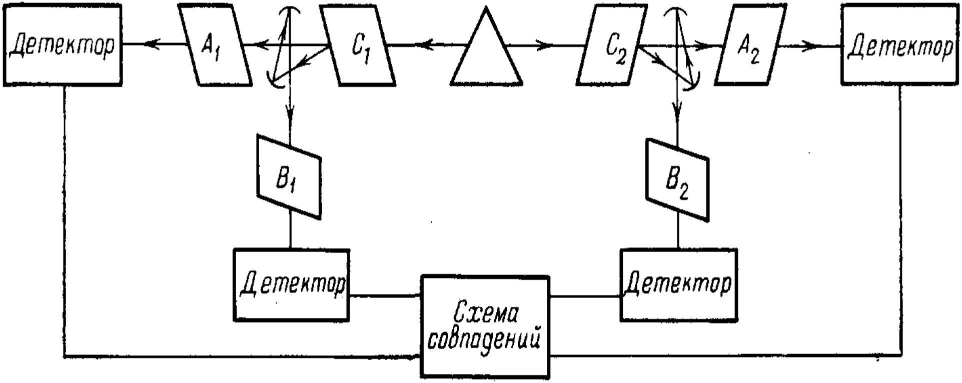
Получилось неравенство для вероятностей, корреляторов

$$\left| P(A, B) + P(AB') + P(A'B) - P(A'B') \right| \leq 2$$

где $P(A, B) = \lim\limits_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum\limits_{n=1}^{N} A_n B_n$

*Clauser J.F., Horne M.A., Shimony A., Holt R.A. Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories, Phys. Rev. Lett. **23**, 880, 1969.

Проверка неравенств Белла



Проверка неравенств Белла

Неравенства Белла многократно проверялись экспериментально

Использовалось все, что летает
и у чего есть спин или поляризация —
нейтроны, фотоны, γ-кванты

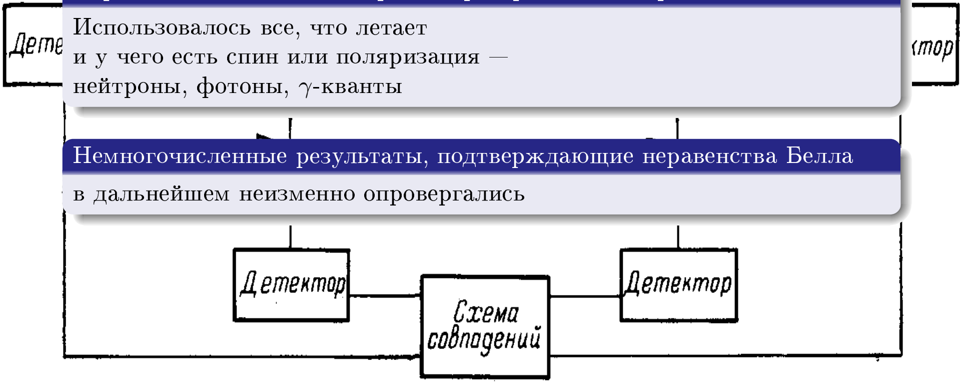
Проверка неравенств Белла

Неравенства Белла многократно проверялись экспериментально

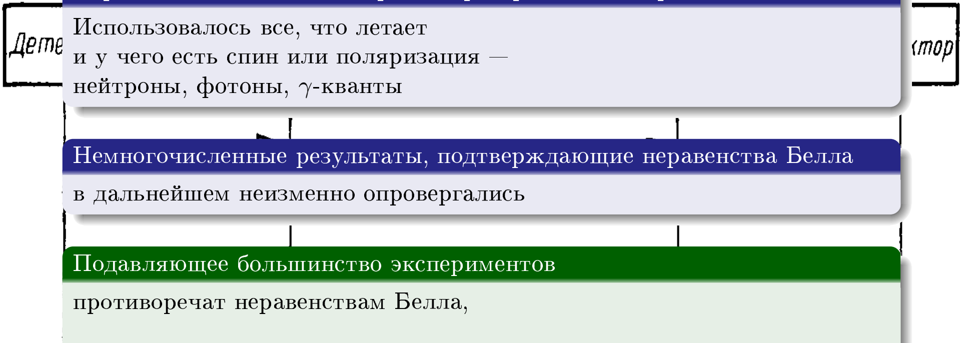
Использовалось все, что летает
и у чего есть спин или поляризация —
нейтроны, фотоны, γ-кванты

Немногочисленные результаты, подтверждающие неравенства Белла

в дальнейшем неизменно опровергались



Проверка неравенств Белла



Неравенства Белла многократно проверялись экспериментально

Использовалось все, что летает
и у чего есть спин или поляризация —
нейтроны, фотоны, γ-кванты

Немногочисленные результаты, подтверждающие неравенства Белла

в дальнейшем неизменно опровергались

Подавляющее большинство экспериментов

противоречат неравенствам Белла,

Проверка неравенств Белла

Неравенства Белла многократно проверялись экспериментально

Использовалось все, что летает
и у чего есть спин или поляризация —
нейтроны, фотоны, γ-кванты

Немногочисленные результаты, подтверждающие неравенства Белла

в дальнейшем неизменно опровергались

Подавляющее большинство экспериментов

противоречат неравенствам Белла,
то есть свидетельствуют в пользу нелокальности квантовой механики
и заодно перепутанных состояний

Перепутанные состояния (ПС) в квантовой информации

Крис Мур "The unteleported man"

Перепутанные состояния (ПС) в квантовой информации

В квантовых вычислениях ПС не являются необходимыми

Перепутанные состояния (ПС) в квантовой информации

В квантовых вычислениях ПС не являются необходимыми

* Однако они образуются в процессе квантовых вычислений

Перепутанные состояния (ПС) в квантовой информации

В квантовых вычислениях ПС не являются необходимыми

* Однако они образуются в процессе квантовых вычислений
* Их использование ускоряет работу алгоритмов

Перепутанные состояния (ПС) в квантовой информации

В квантовых вычислениях ПС не являются необходимыми

* Однако они образуются в процессе квантовых вычислений
* Их использование ускоряет работу алгоритмов

В квантовой теории информации

Перепутанные состояния (ПС) в квантовой информации

В квантовых вычислениях ПС не являются необходимыми

* Однако они образуются в процессе квантовых вычислений
* Их использование ускоряет работу алгоритмов

В квантовой теории информации

* ПС оптимизируют квантовый информационный канал
по отношению к передаче классической информации

Перепутанные состояния (ПС) в квантовой информации

В квантовых вычислениях ПС не являются необходимыми

* Однако они образуются в процессе квантовых вычислений
* Их использование ускоряет работу алгоритмов

В квантовой теории информации

* ПС оптимизируют квантовый информационный канал
по отношению к передаче классической информации
* Есть аналогичные предоположения относительно
передачи квантовой информации по квантовому каналу

Перепутанные состояния (ПС) в квантовой информации

В квантовых вычислениях ПС не являются необходимыми

* Однако они образуются в процессе квантовых вычислений
* Их использование ускоряет работу алгоритмов

В квантовой теории информации

* ПС оптимизируют квантовый информационный канал по отношению к передаче классической информации
* Есть аналогичные предоположения относительно передачи квантовой информации по квантовому каналу

Перепутанные состояния (ПС) в квантовой информации

В квантовых вычислениях ПС не являются необходимыми

* Однако они образуются в процессе квантовых вычислений
* Их использование ускоряет работу алгоритмов

В квантовой теории информации

* ПС оптимизируют квантовый информационный канал по отношению к передаче классической информации
* Есть аналогичные предоположения относительно передачи квантовой информации по квантовому каналу

Квантовая телепортация — это не телепортация

Это восстановление волновой функции.
В частности, это дает бесшумовой канал связи

Перепутанные состояния (ПС) в квантовой информации

В квантовых вычислениях ПС не являются необходимыми

* Однако они образуются в процессе квантовых вычислений
* Их использование ускоряет работу алгоритмов

В квантовой теории информации

* ПС оптимизируют квантовый информационный канал
по отношению к передаче классической информации
* Есть аналогичные предоположения относительно
передачи квантовой информации по квантовому каналу

Квантовая телепортация — это не телепортация

Это восстановление волновой функции.
В частности, это дает бесшумовой канал связи

Квантовый интернет

Реально (или потенциально) есть средства
производста, хранения и передачи квантовой информации

Краткий конспект теории шифрования

Краткий конспект теории шифрования

Исходное сообщение $\Longrightarrow$ Секретный код (ключ) $\Longrightarrow$ Криптограмма

Краткий конспект теории шифрования

Исходное сообщение ⟹ Секретный код (ключ) ⟹ Криптограмма

На принимающей стороне противоположная последовательность

Краткий конспект теории шифрования

Исходное сообщение $\Longrightarrow$ Секретный код (ключ) $\Longrightarrow$ Криптограмма

На принимающей стороне противоположная последовательность

Шифр является абсолютно стойким (совершенным), если

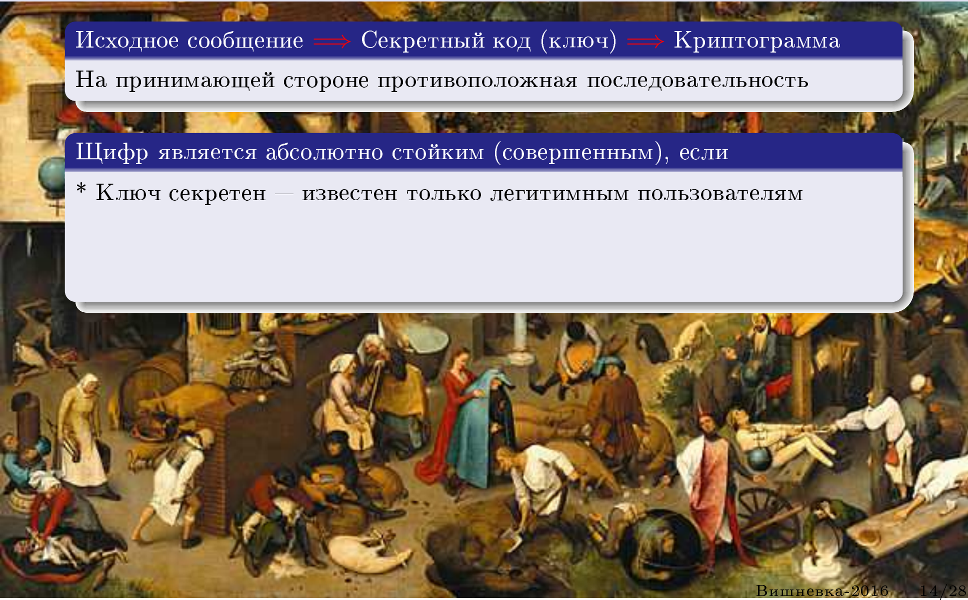
Краткий конспект теории шифрования

Исходное сообщение ⟹ Секретный код (ключ) ⟹ Криптограмма

На принимающей стороне противоположная последовательность

Шифр является абсолютно стойким (совершенным), если

* Ключ секретен — известен только легитимным пользователям



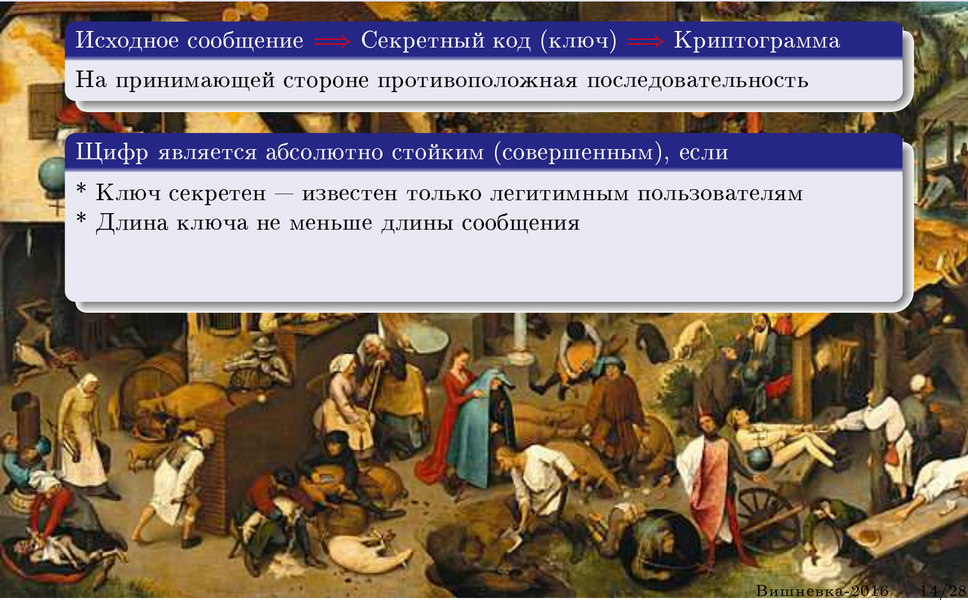
Краткий конспект теории шифрования

Исходное сообщение $\Longrightarrow$ Секретный код (ключ) $\Longrightarrow$ Криптограмма

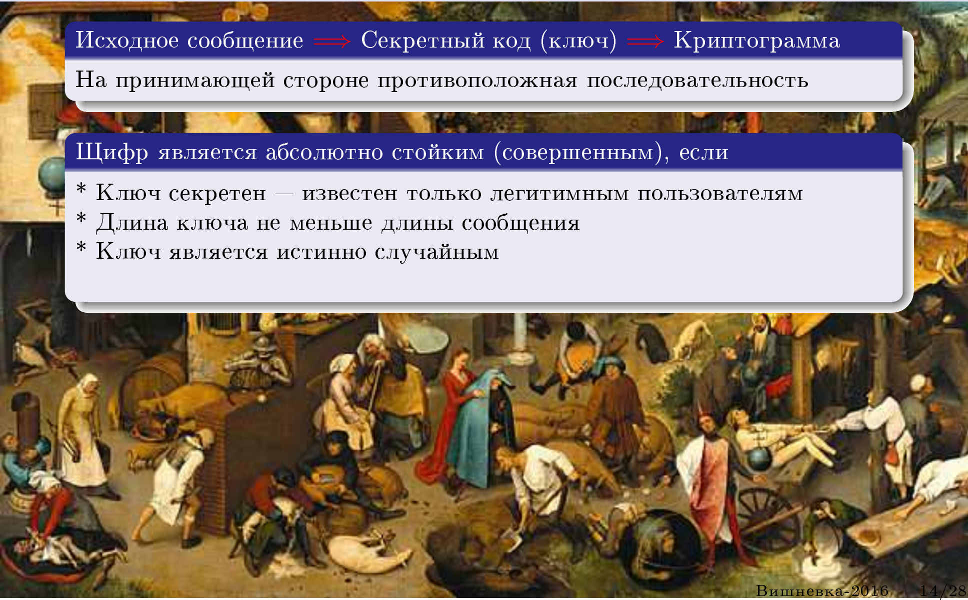
На принимающей стороне противоположная последовательность

Шифр является абсолютно стойким (совершенным), если

* Ключ секретен — известен только легитимным пользователям
* Длина ключа не меньше длины сообщения



Краткий конспект теории шифрования



Исходное сообщение $\Longrightarrow$ Секретный код (ключ) $\Longrightarrow$ Криптограмма

На принимающей стороне противоположная последовательность

Шифр является абсолютно стойким (совершенным), если

* Ключ секретен — известен только легитимным пользователям
* Длина ключа не меньше длины сообщения
* Ключ является истинно случайным

Краткий конспект теории шифрования

Исходное сообщение $\Longrightarrow$ Секретный код (ключ) $\Longrightarrow$ Криптограмма

На принимающей стороне противоположная последовательность

Шифр является абсолютно стойким (совершенным), если

* Ключ секретен — известен только легитимным пользователям
* Длина ключа не меньше длины сообщения
* Ключ является истинно случайным
* Ключ используется только один раз

Краткий конспект теории шифрования

Исходное сообщение $\Longrightarrow$ Секретный код (ключ) $\Longrightarrow$ Криптограмма

На принимающей стороне противоположная последовательность

Шифр является абсолютно стойким (совершенным), если

* Ключ секретен — известен только легитимным пользователям
* Длина ключа не меньше длины сообщения
* Ключ является истинно случайным
* Ключ используется только один раз

Теоретически — сделать все это можно

Практически — очень сложно

Краткий конспект теории шифрования

Исходное сообщение $\Longrightarrow$ Секретный код (ключ) $\Longrightarrow$ Криптограмма

На принимающей стороне противоположная последовательность

Шифр является абсолютно стойким (совершенным), если

* Ключ секретен — известен только легитимным пользователям
* Длина ключа не меньше длины сообщения
* Ключ является истинно случайным
* Ключ используется только один раз

Теоретически — сделать все это можно

Практически — очень сложно

Перепутанные состояния гарантируют детектирование перехвата

Взломанный ключ можно достроить,
сохранив высокую степень секретности

Две частицы со спином 1/2 в синглетном состоянии

$$\Psi_{EPR} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\uparrow_1\downarrow_2 - \downarrow_1\uparrow_2\right)$$

Две частицы со спином 1/2 в синглетном состоянии

$$\Psi_{EPR} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\uparrow_1\downarrow_2 - \downarrow_1\uparrow_2\right)$$

Это состояние Эйнштейна-Подольского-Розена*

$$\begin{aligned}\langle\hat\sigma_1^z\hat\sigma_2^z\rangle_{\Psi_{EPR}} &= \frac{1}{2}\langle\left(\uparrow_1\downarrow_2 - \downarrow_1\uparrow_2\right)|\hat\sigma_1^z\hat\sigma_2^z|\left(\uparrow_1\downarrow_2 - \downarrow_1\uparrow_2\right)\rangle = \\ &= \frac{1}{2}\langle\uparrow_1\downarrow_2|\hat\sigma_1^z\hat\sigma_2^z|\uparrow_1\downarrow_2\rangle + \frac{1}{2}\langle\downarrow_1\uparrow_2|\hat\sigma_1^z\hat\sigma_2^z|\downarrow_1\uparrow_2\rangle = -1\end{aligned}$$

Две частицы со спином 1/2 в синглетном состоянии

$$\Psi_{EPR} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\uparrow_1\downarrow_2 - \downarrow_1\uparrow_2\right)$$

Это состояние Эйнштейна-Подольского-Розена*

$$\begin{aligned}\langle\hat{\sigma}_1^z\hat{\sigma}_2^z\rangle_{\Psi_{EPR}} &= \frac{1}{2}\langle\left(\uparrow_1\downarrow_2 - \downarrow_1\uparrow_2\right)|\hat{\sigma}_1^z\hat{\sigma}_2^z|\left(\uparrow_1\downarrow_2 - \downarrow_1\uparrow_2\right)\rangle = \\ &= \frac{1}{2}\langle\uparrow_1\downarrow_2|\hat{\sigma}_1^z\hat{\sigma}_2^z|\uparrow_1\downarrow_2\rangle + \frac{1}{2}\langle\downarrow_1\uparrow_2|\hat{\sigma}_1^z\hat{\sigma}_2^z|\downarrow_1\uparrow_2\rangle = -1\end{aligned}$$

Проекции спинов на другие оси тоже антикоррелированы

$$\langle\hat{\sigma}_1^x\hat{\sigma}_2^x\rangle_{\Psi_{EPR}} = \langle\hat{\sigma}_1^y\hat{\sigma}_2^y\rangle_{\Psi_{EPR}} = -1$$

* Einstein A., Podolsky B., Rosen, N. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? Phys. Rev. **47**, 777, 1935

Квантовые и классические корреляции

У состояния ЭПР нет классического аналога.

Квантовые и классические корреляции

У состояния ЭПР нет классического аналога.
Пусть есть классическая смесь двух состояний с противоположными спинами. Тогда матрица плотности в базисе $\{|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle\}$:

$$\hat{\rho}_{cl} = \frac{1}{2}\left(|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + |\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow|\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для $\hat{\rho}_{cl}$ корреляторы

$$\langle \hat{\sigma}_1^x \hat{\sigma}_2^x \rangle_{\hat{\rho}_{cl}} = \langle \hat{\sigma}_1^y \hat{\sigma}_2^y \rangle_{\hat{\rho}_{cl}} = 0$$

Квантовые и классические корреляции

У состояния ЭПР нет классического аналога.
Пусть есть классическая смесь двух состояний с противоположными спинами. Тогда матрица плотности в базисе $\{|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle\}$:

$$\hat{\rho}_{cl} = \frac{1}{2}\left(|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + |\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow|\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для $\hat{\rho}_{cl}$ корреляторы

$$\langle \hat{\sigma}_1^x \hat{\sigma}_2^x \rangle_{\hat{\rho}_{cl}} = \langle \hat{\sigma}_1^y \hat{\sigma}_2^y \rangle_{\hat{\rho}_{cl}} = 0$$

А для чистого состояния Ψ_{EPR} матрица плотности:

$$\hat{\rho}_{EPR} = |\Psi_{EPR}\rangle\langle\Psi_{EPR}| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Квантовые и классические корреляции

У состояния ЭПР нет классического аналога.
Пусть есть классическая смесь двух состояний с противоположными спинами. Тогда матрица плотности в базисе $\{|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle\}$:

$$\hat{\rho}_{cl} = \frac{1}{2}\left(|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + |\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow|\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для $\hat{\rho}_{cl}$ корреляторы

$$\langle \hat{\sigma}_1^x \hat{\sigma}_2^x \rangle_{\hat{\rho}_{cl}} = \langle \hat{\sigma}_1^y \hat{\sigma}_2^y \rangle_{\hat{\rho}_{cl}} = 0$$

А для чистого состояния Ψ_{EPR} матрица плотности:

$$\hat{\rho}_{EPR} = |\Psi_{EPR}\rangle\langle\Psi_{EPR}| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Именно недиагональные матричные элементытвечают
за антикоррелированность ЭПР-состояния "во все стороны"

Меры перепутанности (чистые состояния двух частиц)

Состояние ЭПР — максимально перепутанное. Частичный след

$$\mathbf{Sp}_2\, \hat{\rho}_{EPR} = \mathbf{Sp}_1\, \hat{\rho}_{EPR} = \frac{1}{2}\hat{\mathbf{I}}$$

Меры перепутанности (чистые состояния двух частиц)

Состояние ЭПР — максимально перепутанное. Частичный след

$$\mathbf{Sp}_2\,\hat{\rho}_{EPR} = \mathbf{Sp}_1\,\hat{\rho}_{EPR} = \frac{1}{2}\hat{\mathbf{I}}$$

В общем случае двух частиц $A + B$ частичные матрицы плотности

$$\hat{\rho}_A = \mathbf{Sp}_B|\Psi\rangle\langle\Psi|, \quad \hat{\rho}_B = \mathbf{Sp}_A|\Psi\rangle\langle\Psi|$$

обладают ненулевой квантовой энтропией

$$S(\hat{\rho}) = -\mathbf{Sp}\,\hat{\rho}\log\hat{\rho}$$

(энтропия чистого состояния $A + B$ равна нулю)

Меры перепутанности (чистые состояния двух частиц)

Состояние ЭПР — максимально перепутанное. Частичный след

$$\mathbf{Sp}_2\, \hat{\rho}_{EPR} = \mathbf{Sp}_1\, \hat{\rho}_{EPR} = \frac{1}{2}\hat{\mathbf{I}}$$

В общем случае двух частиц $A + B$ частичные матрицы плотности

$$\hat{\rho}_A = \mathbf{Sp}_B |\Psi\rangle\langle\Psi|, \quad \hat{\rho}_B = \mathbf{Sp}_A |\Psi\rangle\langle\Psi|$$

обладают ненулевой квантовой энтропией

$$S(\hat{\rho}) = -\mathbf{Sp}\, \hat{\rho} \log \hat{\rho}$$

(энтропия чистого состояния $A + B$ равна нулю)

$$S(\hat{\rho}_A) = S(\hat{\rho}_B) \text{ — мера перепутанности.}$$

Меры перепутанности (чистые состояния двух частиц)

Состояние ЭПР — максимально перепутанное. Частичный след

$$\mathbf{Sp}_2\,\hat{\rho}_{EPR} = \mathbf{Sp}_1\,\hat{\rho}_{EPR} = \frac{1}{2}\hat{\mathbf{I}}$$

В общем случае двух частиц $A + B$ частичные матрицы плотности

$$\hat{\rho}_A = \mathbf{Sp}_B|\Psi\rangle\langle\Psi|, \quad \hat{\rho}_B = \mathbf{Sp}_A|\Psi\rangle\langle\Psi|$$

обладают ненулевой квантовой энтропией

$$S(\hat{\rho}) = -\mathbf{Sp}\,\hat{\rho}\log\hat{\rho}$$

(энтропия чистого состояния $A + B$ равна нулю)

$$S(\hat{\rho}_A) = S(\hat{\rho}_B) \text{ — мера перепутанности.}$$

Ее можно разбавлять или концентрировать (асимптотическая обратимость). N пар, LQCC $\to M < N$ пар, у каждой $\Psi \to \Psi'$, тогда

$$\lim_{N\to\infty}\frac{MS(\Psi')}{NS(\Psi)} = 1$$

Меры перепутанности (чистые состояния двух частиц)

Состояние ЭПР — максимально перепутанное. Частичный след

$$\mathbf{Sp}_2\,\hat{\rho}_{EPR} = \mathbf{Sp}_1\,\hat{\rho}_{EPR} = \frac{1}{2}\hat{\mathbf{I}}$$

В общем случае двух частиц $A+B$ частичные матрицы плотности

$$\hat{\rho}_A = \mathbf{Sp}_B|\Psi\rangle\langle\Psi|, \quad \hat{\rho}_B = \mathbf{Sp}_A|\Psi\rangle\langle\Psi|$$

обладают ненулевой квантовой энтропией

$$S(\hat{\rho}) = -\mathbf{Sp}\,\hat{\rho}\log\hat{\rho}$$

(энтропия чистого состояния $A+B$ равна нулю)

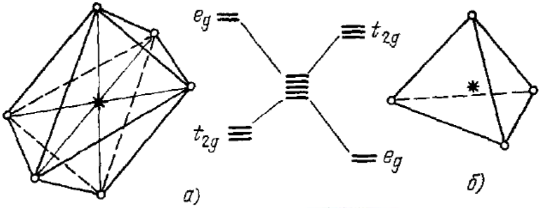
$$S(\hat{\rho}_A) = S(\hat{\rho}_B) \text{ — мера перепутанности.}$$

Ее можно разбавлять или концентрировать (асимптотическая обратимость).
N пар, LQCC $\to M < N$ пар, у каждой $\Psi \to \Psi'$, тогда

$$\lim_{N\to\infty}\frac{MS(\Psi')}{NS(\Psi)} = 1$$

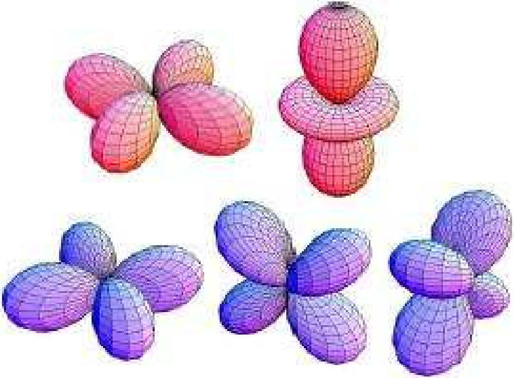
Есть множество других мер.

d-уровень в октаэдрическом и тетраэдрическом окружении

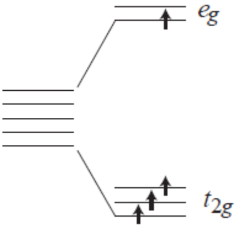


e_g

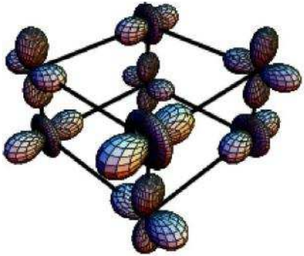
t_{2g}



Орбитальное вырождение снимается не полностью



$LaMnO_3$



Модельный расчет

* Существует несколько механизмов взаимодействия орбиталей.
  ⇒ Возможно орбитальное упорядочение (если мала размерность или велика фрустрация, возможна орбитальная жидкость).
  ⇒ Возможны орбитальные волны.

* Важнейшие механизмы взаимодействия:
  1 Эффект Яна-Теллера (кооперативный)
  2 Суперобмен (сверхобмен, косвенный обмен))

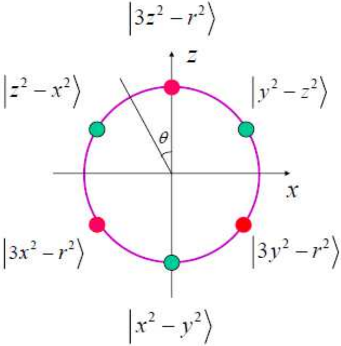
Язык для дублетных теорий – псевдоспин

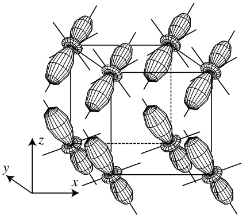
$$\overrightarrow{\mathbf{T}}_{\mathbf{i}} = \frac{1}{2}\sum_{\gamma\gamma' s} c^{+}_{\gamma s}(i)\overrightarrow{\sigma}_{\gamma\gamma'} c_{\gamma' s}(i)$$

$c^{+}_{\gamma s}(i)$ – оператор рождения на i электрона со спином $s = (\uparrow,\downarrow)$ и орбиталью $\gamma = |3z^2 - r^2\rangle, |x^2 - y^2\rangle$, $\overrightarrow{\sigma}$ – матрицы Паули

$$T^z = \frac{1}{2} \leftrightarrow |3z^2 - r^2\rangle; \quad T^z = -\frac{1}{2} \leftrightarrow |x^2 - y^2\rangle$$

$$|\Psi_\theta\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|\frac{1}{2}\rangle + \sin\frac{\theta}{2}|-\frac{1}{2}\rangle$$





Модели спин–псевдоспин

Простейшая модель – всем пренебрегли и все приравняли.

$$H = \sum_{\langle \mathbf{i},\mathbf{j}\rangle} (J_1\, \mathbf{S_i S_j} + J_2\, \tau_\mathbf{i}\tau_\mathbf{j} + 4J_3\, \mathbf{S_i S_j}\, \tau_\mathbf{i}\tau_\mathbf{j})$$

Это двойная модель Гейзенберга, модель Кугеля-Хомского.
Ее изинговский предел – модель Ашкина-Теллера

(J.Askin, E.Teller, Phys.Rev. 64, 178, 1943)

В конкретных сединениях все гораздо хуже.
Пример: гамильтониан для перовскитов – e_g-ионы в узлах простой кубической решетки.

$$\hat{H} = \frac{t^2}{U} \sum_{\langle \mathbf{i},\mathbf{j}\rangle_z} \{8\mathbf{S_i S_j}[J\tau_i^z\tau_j^z + \tau_i^z + \frac{K}{4}] + 2[J\tau_i^z\tau_j^z - \tau_i^z]\} +$$
$$+\frac{t^2}{U} \sum_{\langle \mathbf{i},\mathbf{j}\rangle_y^x} \{2\mathbf{S_i S_j}[J\tau_i^z\tau_j^z - 2\tau_j^z + K \pm 2\sqrt{3}J\tau_i^z\tau_j^x \mp 2\sqrt{3}\tau_j^x + 3J\tau_i^x\tau_j^x] +$$
$$+\frac{1}{2}[J\tau_i^z\tau_j^z - 2\tau_j^z \pm 2\sqrt{3}J\tau_i^z\tau_j^x \pm \tau_j^x + 3J\tau_i^x\tau_j^x]\}$$

где $\frac{J}{K} = 1 \pm \frac{J_H}{U}$

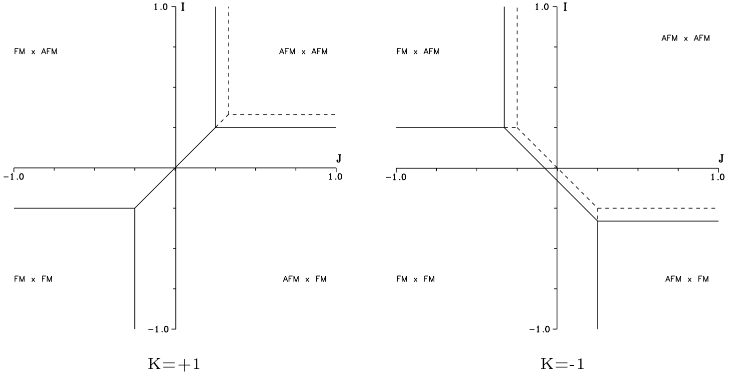
Двойная модель Гейзенберга

$$H = \sum_{\langle \mathbf{i},\mathbf{j} \rangle} (J\, \mathbf{S_i S_j} + I\, \tau_\mathbf{i} \tau_\mathbf{j} + K\, \mathbf{S_i S_j}\, \tau_\mathbf{i} \tau_\mathbf{j})$$

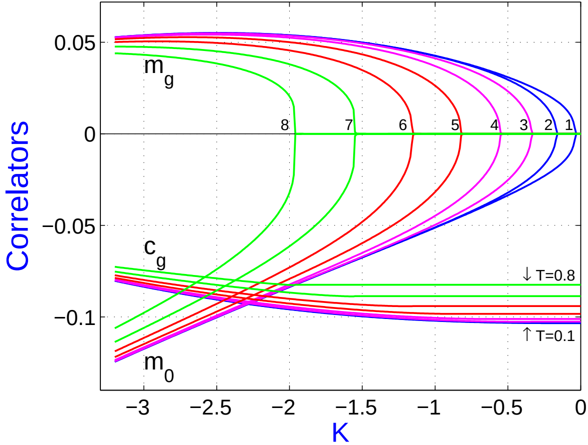
Модель не только в орбитальных задачах; 3-й вид фрустрации.

Классическая фазовая диаграмма:

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{e}_x \cdot \sin(\mathbf{qr}_i) + \mathbf{e}_y \cdot \cos(\mathbf{qr}_i); \quad \tau_i = \mathbf{e}_x \cdot \sin(\mathbf{kr}_i) + \mathbf{e}_y \cdot \cos(\mathbf{kr}_i);$$

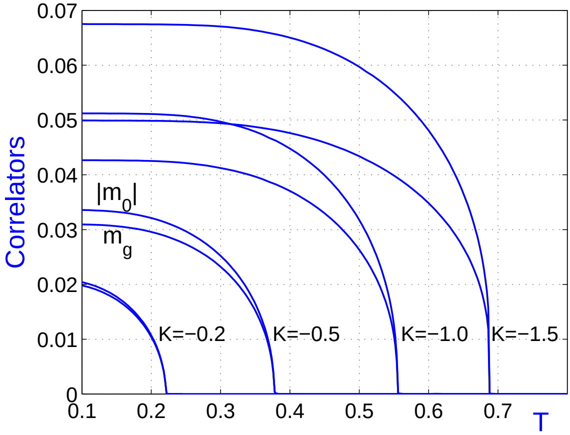


2D, $I = J = 1, K < 0$. Спин-псевдоспиновый коррелятор от K



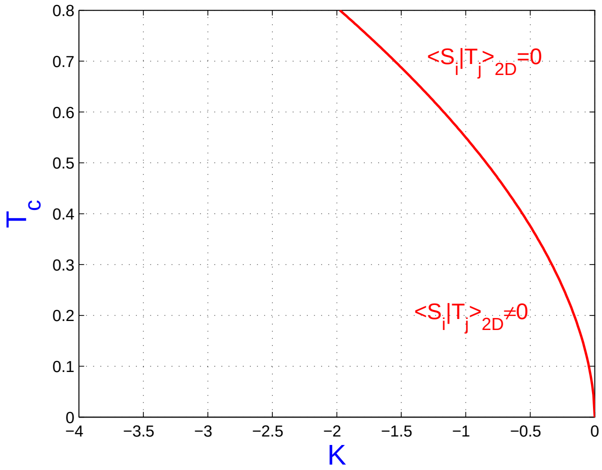
Корреляционные функции $c_r = \langle S^z_{\mathbf{i}} S^z_{\mathbf{i+r}} \rangle$, $m_0 = \langle S^z_{\mathbf{i}} T^z_{\mathbf{i}} \rangle$ and $m_g = \langle S^z_{\mathbf{i}} T^z_{\mathbf{i+g}} \rangle$.
"Нос утконоса" образован $m_0(K) < 0$ и $m_g(K) > 0$.
Цифры от 1 до 8 нумеруют $T = 0.1 \div 0.8$.

2D, $I = J = 1, K < 0$. Спин-псевдоспиновый коррелятор от T



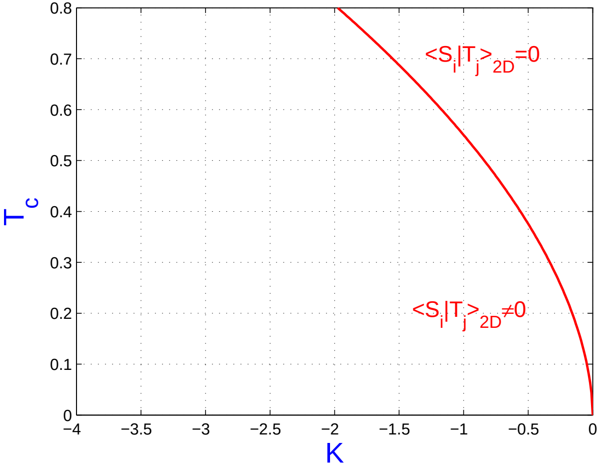
T-зависимости спин-псевдоспиновых корреляторов m_0 и m_g при разных K. В каждой паре кривых верхняя – $|m_0|$, нижняя —m_g. Для всех линий $m \sim (T_c - T)^{\alpha}$ со слабо зависящим от K показателем $\alpha \sim 0.3 \div 0.5$.

2D. Фазовая диаграмма



Области с нулевыми и ненулевыми $S-T$ корреляциями.
Фазовая граница $T_c \sim 0.55|K|^{0.55}$

2D. Фазовая диаграмма



Области с нулевыми и ненулевыми $S-T$ корреляциями.
Фазовая граница $T_c \sim 0.55|K|^{0.55}$

Каган М.Ю., Кугель К.И., Михеенков А.В., Барабанов А.Ф. Письма в ЖЭТФ **100**, 207, 2014

Одномерная модель Кугеля-Хомского

Одномерная модель Кугеля-Хомского

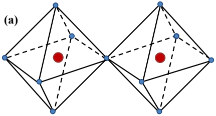
Кугель К.И., Хомский Д.И.,
ФНТ **6**, 207, 1980;
Классический и изинговский
пределы;

Одномерная модель Кугеля-Хомского

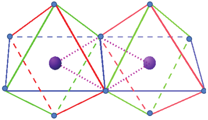
Кугель К.И., Хомский Д.И., ФНТ **6**, 207, 1980;
Классический и изинговский пределы;

Khomskii D.I., Kugel K.I., Sboychakov A.O., Streltsov S.V., ЖЭТФ, **149**, 562, 2016;

Одномерная модель Кугеля-Хомского



Общая вершина



Общее ребро

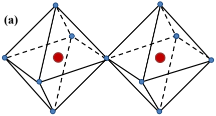
Кугель К.И., Хомский Д.И., ФНТ **6**, 207, 1980;
Классический и изинговский пределы;

Khomskii D.I., Kugel K.I., Sboychakov A.O., Streltsov S.V., ЖЭТФ, **149**, 562, 2016;

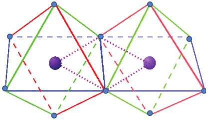
Одномерная модель Кугеля-Хомского

Кугель К.И., Хомский Д.И., ФНТ **6**, 207, 1980;
Классический и изинговский пределы;

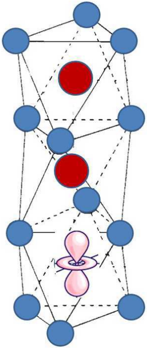
Khomskii D.I., Kugel K.I., Sboychakov A.O., Streltsov S.V., ЖЭТФ, **149**, 562, 2016;



Общая вершина

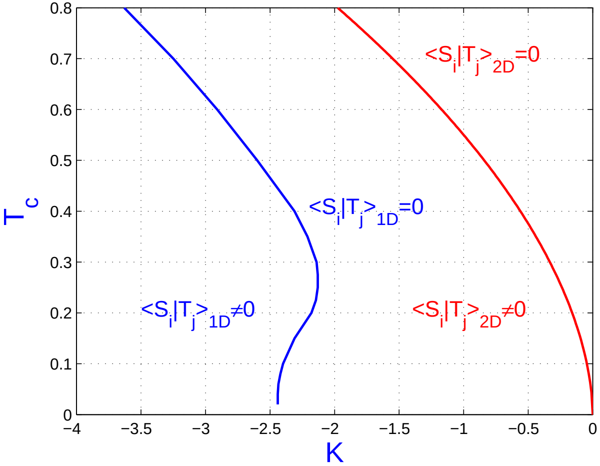


Общее ребро



Общая грань

1D и 2D. Фазовая диаграмма



Области с нулевыми и ненулевыми спин-псевдоспиновыми корреляциями. Фазовая граница ничем хорошо не описывается.

Спасибо за внимание!